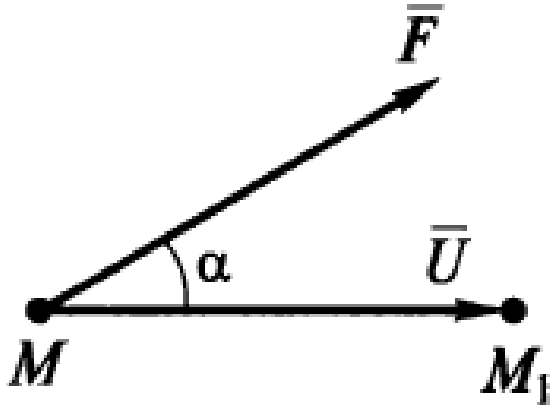
Работа и мощность

Работа постоянной силы

Вычислим работу силы, постоянной по модулю и направлению (рис.). Предположим, что точка ***M*** перемещается в точку ***M1.*** Вектор силы ***F*** с вектором перемещения ***U*** составляет угол α. В этом случае работу выполняет только та составляющая силы, которая совпадает с направлением вектора перемещения ***U***:



$$A = FU\cos\alpha = FU\cos\left(\bar{F},\bar{U}\right).$$

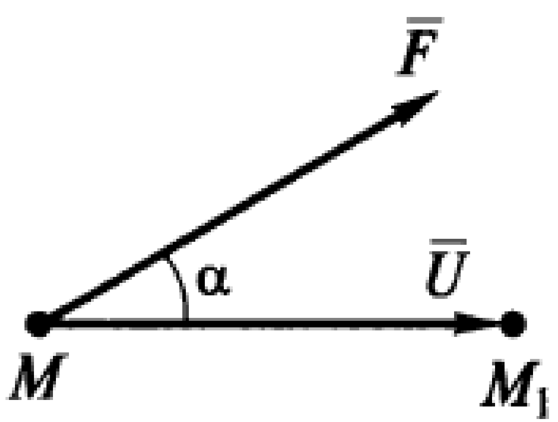
Единицей измерения работы в Международной системе единиц (СИ) является джоуль (1 Дж = 1 Н • м).

Из векторной алгебры известно, что скалярное произведение двух векторов равно произведению их модулей на косинус угла между ними:

$$\bar{F} \cdot \bar{U} = FU \cos\left(\bar{F}, \bar{U}\right).$$

Следовательно, работа постоянной по модулю и направлению силы на прямолинейном перемещении определяется скалярным произведением вектора силы на вектор перемещения ее точки приложения:

$$A = \bar{F} \cdot \bar{U}.$$



Частные случаи определения работы постоянной силы:

1) сила $\bar{F}$ действует на тело в направлении вектора перемещения $\bar{U}$:

$$A = FU;$$

2) сила $\bar{F}$ направлена перпендикулярно вектору перемещения $\bar{U}$:

$$A = 0;$$

3) сила $\bar{F}$ направлена в сторону, противоположную вектору перемещения $\bar{U}$:

$$A = -FU.$$

Теоремы о работе постоянной силы

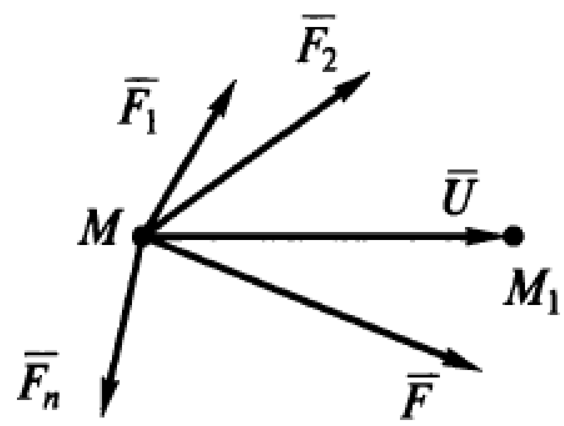
Теорема 1. **Работа равнодействующей силы на некотором перемещении равна алгебраической сумме работ составляющих силы на том же перемещении.**

Положим, что на точку M действуют постоянные по модулю и направлению силы $\bar{F}_1, \bar{F}_2, ..., \bar{F}_n$ (рис.). Равнодействующая этих сил: $\bar{F} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + ... + \bar{F}_n$. Если точка получает перемещение $\bar{U}$, то работа силы $\bar{F}$ на этом перемещении будет равна

$$A = \bar{F} \cdot \bar{U} = \left(\bar{F}_1 + \bar{F}_2 + ... + \bar{F}_n\right) \cdot \bar{U} = \bar{F}_1 \cdot \bar{U} + \bar{F}_2 \cdot \bar{U} + ... + \bar{F}_n \cdot \bar{U}.$$

Полученная сумма представляет собой сумму работ отдельных сил на перемещении $\bar{U}$. Таким образом, имеем

$$A = A_1 + A_2 + ... + A_n.$$



Теорема 2. **Работа силы на результирующем перемещении равна алгебраической сумме работ этой силы на составляющих перемещениях.**

Положим, что точка M приложения постоянной силы F получает совокупность последовательных перемещений $\bar{U}_1, \bar{U}_2, ..., \bar{U}_n$ (рис.). Результирующее перемещение точки M

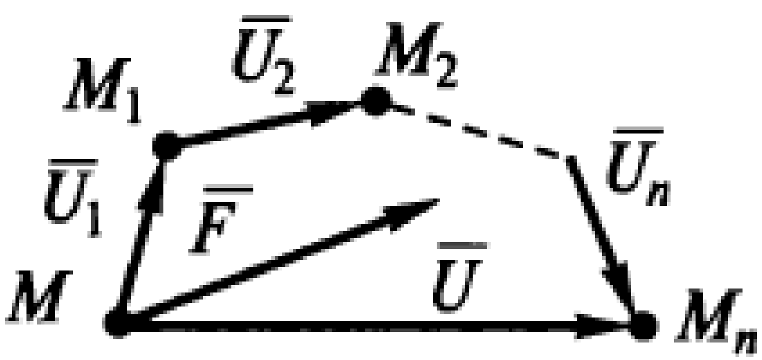
$$\bar{U} = \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + ... + \bar{U}_n.$$

Определим работу силы $\bar{F}$ на этом перемещении:

$$A = \bar{F} \cdot \bar{U} = \bar{F} \cdot \left(\bar{U}_1 + \bar{U}_2 + ... + \bar{U}_n\right) = \bar{F} \cdot \bar{U}_1 + \bar{F} \cdot \bar{U}_2 + ... + \bar{F} \cdot \bar{U}_n.$$

Полученная сумма представляет собой сумму работ силы $\bar{F}$ на составляющих перемещениях. Таким образом, имеем

$$A = A_1 + A_2 + ... + A_n.$$



Работа силы тяжести

Работа силы тяжести не зависит от вида траектории, а определяется только расстоянием по вертикали между начальной и конечной точками перемещения (перепадом высот Н):

если точка перемещается сверху вниз, то работа силы тяжести положительная

$$A = mgH,$$

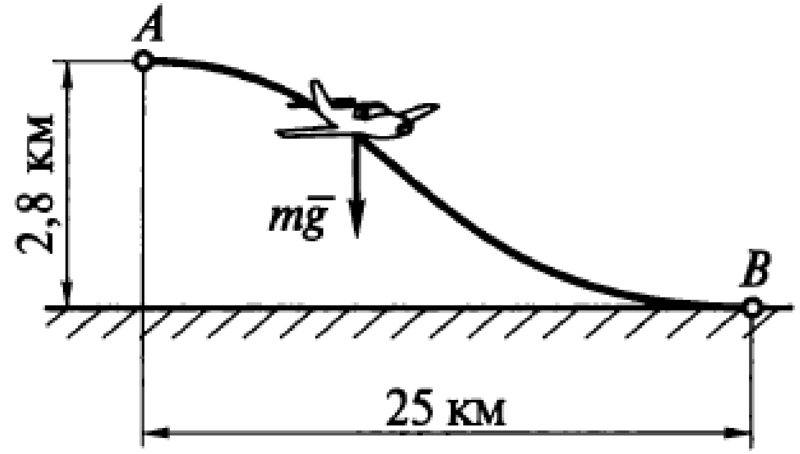
если точка перемещается снизу вверх, то работа силы тяжести отрицательная

$$A = -mgH.$$

Из этого следует важный вывод: работа силы тяжести на замкнутом пути равна нулю.

Пример .

Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить работу силы тяжести при снижении планера массой 1 200 кг из точки *A* в точку *B* (рис.).



Р е ш е н и е.

На планер, который мы принимаем за материальную точку, действует только сила тяжести. Работа силы тяжести при перемещении ее точки приложения сверху вниз определится так:

$$A = mgH = 1\,200 \cdot 9{,}8 \cdot 2\,800 = 32\,828\,000 \text{ Н} \cdot \text{м} = 32{,}828 \text{ МН} \cdot \text{м}.$$

Работа сил, приложенных к вращающемуся твердому телу

Так как моменты составляющих F_2 и F_3 относительно оси z равны нулю, то на основании теоремы Вариньона момент силы F относительно оси z равен

$$M_z(F) = F_1R.$$

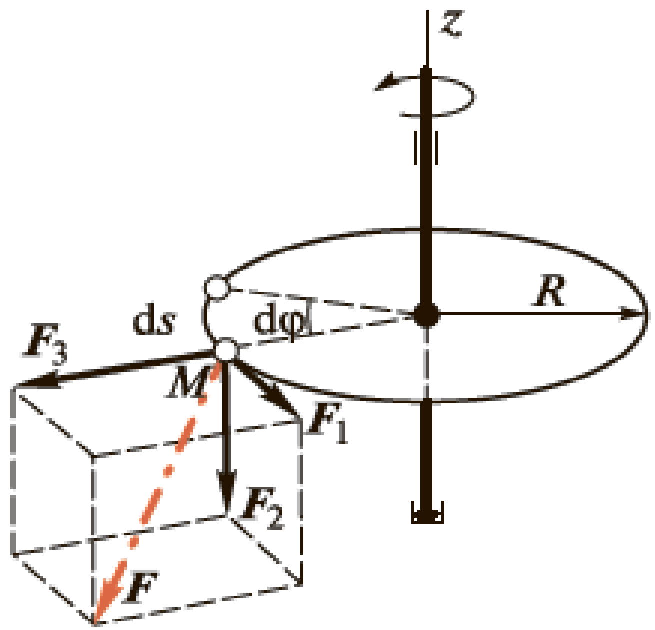
Момент силы, приложенной к диску, относительно оси вращения называется *вращающим моментом* и, согласно стандарту ИСО, обозначается T:

$$T = M_z(F),$$

следовательно,

$$A = T\varphi.$$

Работа постоянной силы, приложенной к вращающемуся телу, равна произведению вращающего момента на угловое перемещение.



Мощность

Одна и та же работа может быть выполнена за различные промежутки времени. Поэтому вводят понятие мощности.

Единицей измерения мощности в СИ является ***ватт*** (1 Вт = 1 Дж/с).

Пример №1

Сколько лошадиных сил (электрических) соответствуют 120кВт?

Формула

Л.С. = $^{Вт}/_{746}$

120·1000/746 ≈ 160 л.с.

Пример №2

Какова мощность автомобиля в ваттах если его мощность в лошадиных силах равна 110 л.с.?

Формула

кВт = Л.С. · 0,73549875

110 · 0,73549875 = 80.9 кВт

Если сила производит в равные промежутки времени равные работы, то мощность можно определить отношением работы ко времени. При равномерном прямолинейном движении точки, когда перемещение $U = vt$, мощность N можно определить через силу F и скорость движения:

$$N = F \cdot v \cos \alpha,$$

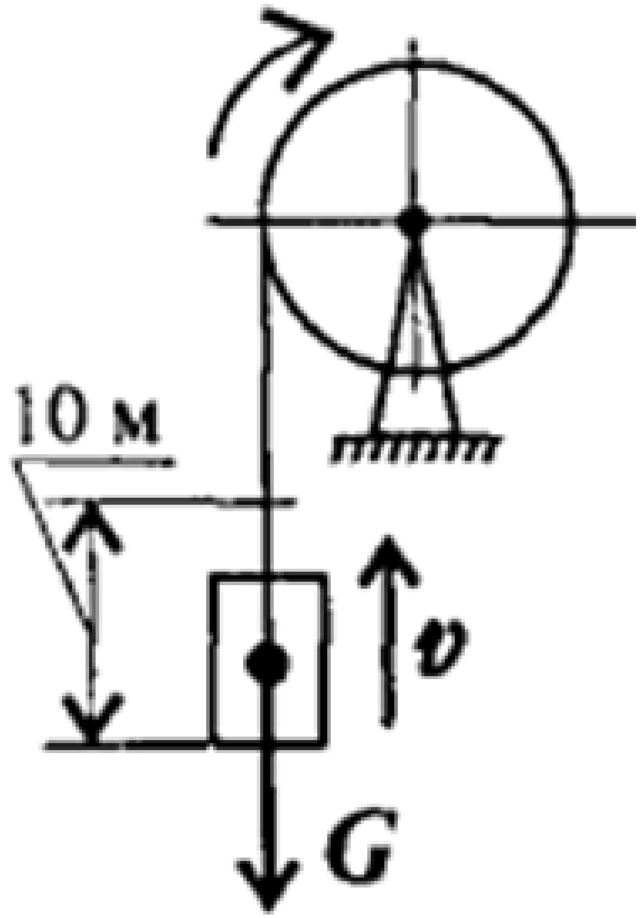
где α — угол между векторами перемещения и силы.

Для равномерного вращательного движения тела, которое имеет постоянную угловую скорость, справедлива следующая формула:

$$N = M_{кр}\omega = M_{кр}\frac{n}{30},$$

где $M_{кр}$ — крутящий момент относительно оси вращения; n — частота вращения, об/мин.

Определить потребную мощность мотора лебедки для подъема груза весом 3 кН на высоту 10 м за 2,5 с. КПД механизма лебедки 0,75.



Решение

Мощность мотора используется на подъем груза с заданной скоростью и преодоление вредных сопротивлений механизма лебедки. Полезная мощность определяется по формуле:

$$P = Fv\cos\alpha$$

В данном случае $\alpha = 0$; груз движется поступательно.

Скорость подъема груза $v = \frac{S}{t};\ v = \frac{10}{2{,}5} = 4\ \text{м/с}$

Необходимое усилие равно весу груза (равномерный подъем).

Полезная мощность $P = 3000 \cdot 4 = 12\,000\ \text{Вт}$

Полная мощность, затрачиваемая мотором:

$$P_{\text{мотора}} = \frac{P}{\eta}.\ P_{\text{мотора}} = \frac{12}{0{,}75} = 16\ \text{кВт}.$$

КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ (КПД)

Способность тела при переходе из одного состояния в другое совершать работу называется *энергией*.

Энергия есть общая мера различных форм движения материи.

При передаче или преобразовании энергии, а также при совершении работы имеют место потери энергии.

В процессе передачи движения или выполнения работы движущие силы механизмов и машин преодолевают силы сопротивления, которые подразделяются на *силы полезного сопротивления и силы вредного сопротивления*.

Потери на преодоление сил вредного сопротивления имеют место во всех механизмах и машинах и вызываются силами трения и силами сопротивления окружающей среды.

Относительное количество энергии, используемой в машине по прямому назначению, характеризуется *коэффициентом полезного действия* (КПД), который обозначается η.

Коэффициентом полезного действия называется отношение полезной работы** (**или мощности**) **к затраченной:

$$\eta = \frac{A_п}{A_з} = \frac{P_п}{P_з}.$$

Если коэффициент полезного действия учитывает только механические потери, то он называется *механическим* КПД.

КПД — всегда правильная дробь, иногда его выражают в процентах:

$$\eta\,\% = \frac{A_п}{A_з}100.$$

Чем ближе КПД к единице, тем экономичнее машина.

Приведем ориентировочные значения КПД для наиболее распространенных механизмов и машин:

Металлообрабатывающие станки	0,8
Кривошипно-ползунный механизм	0,95
Червячная передача	До 0,92
Тепловые двигатели	До 0,40
Турбины	0,95
Электродвигатели	0,92

Если ряд механизмов соединен *последовательно*, т.е. каждый последующий механизм получает движение от ведомого звена предыдущего механизма, то тогда *общий* КПД η *равен произведению* КПД *всех механизмов*:

$$\eta = \eta_1\eta_2\eta_3 \dots \eta_n,$$

где $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \dots, \eta_n$ — КПД каждого механизма в отдельности.