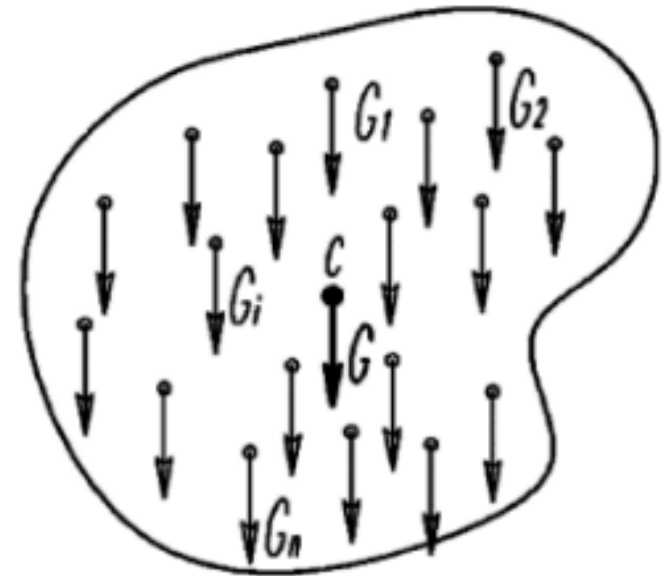


Центр тяжести

По закону всемирного тяготения на любое тело, находящееся вблизи Земли, действует сила притяжения.

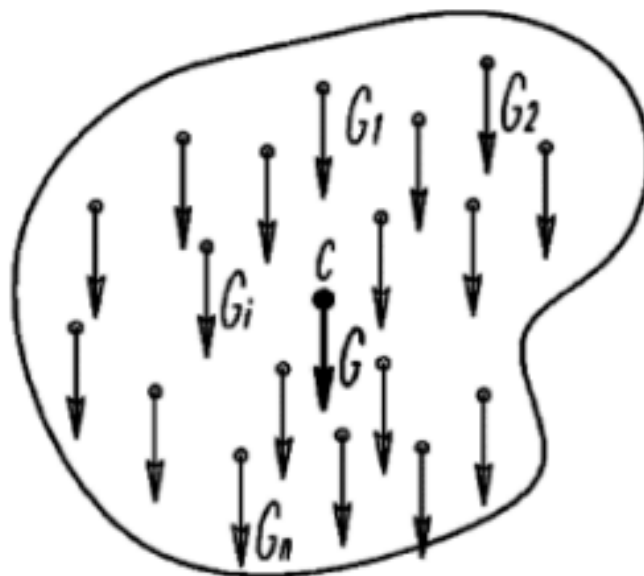
Рассмотрим произвольное тело как систему материальных точек. На каждую из этих точек действует сила тяжести G_i , направленная к центру Земли. Линии действия сил пересекаются в центре Земли, образуя систему сходящихся сил. Равнодействующий вектор сил тяжести всех точек эквивалентен силе материальных точек.

Равнодействующий вектор обладает следующим свойством: **при повороте тела на любой угол в любом направлении его линия действия всегда проходит через одну и ту же точку.** Эта точка называется **центром тяжести** тела.



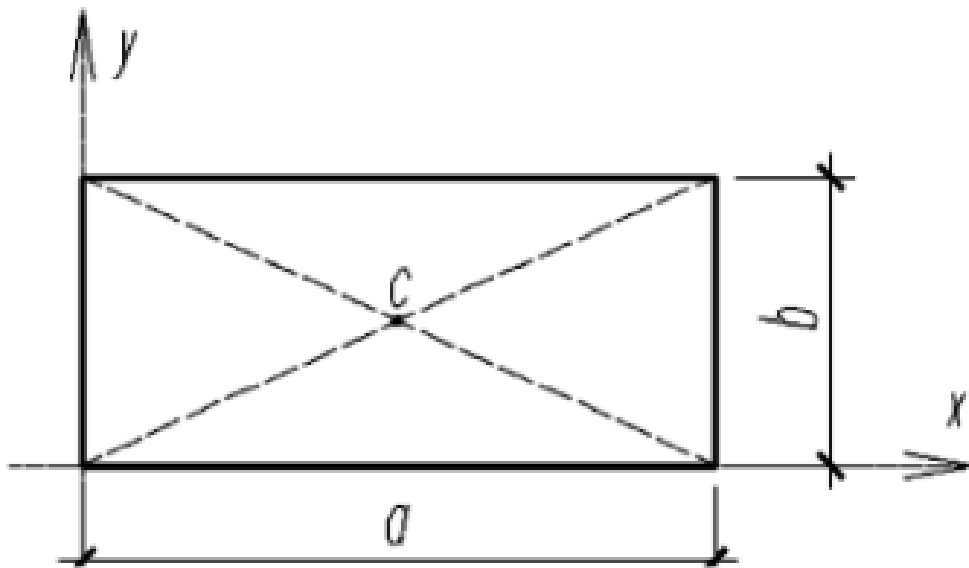
Центром тяжести тела называется центр параллельных сил тяжести всех элементарных частиц тела.

Центр тяжести есть геометрическая точка, которая может лежать вне тела (например, кольцо, цилиндр с отверстием). Центр тяжести будем обозначать точкой C .



КООРДИНАТЫ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПРОСТЕЙШИХ ФИГУР

1. Прямоугольник, квадрат. Центр тяжести расположен на пересечении диагоналей.

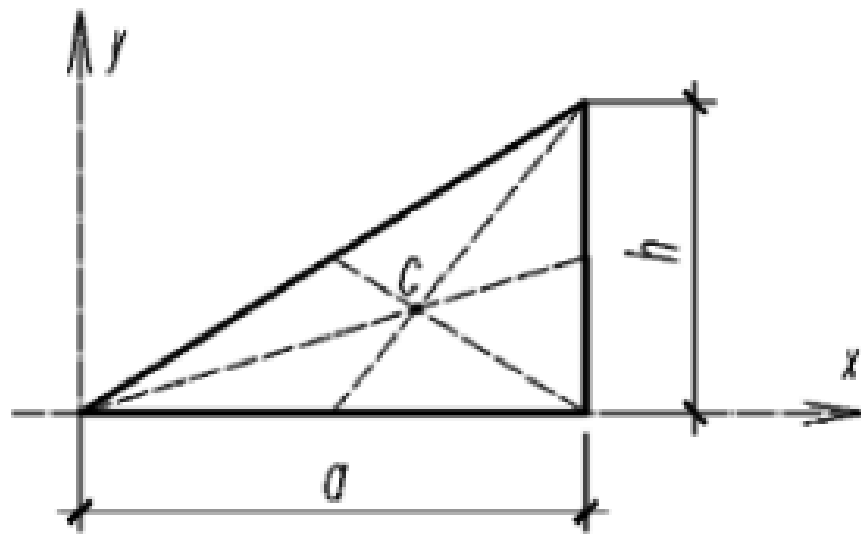


Для заданной системы
координат:

$$X_c = \frac{a}{2}; Y_c = \frac{b}{2}.$$

КООРДИНАТЫ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПРОСТЕЙШИХ ФИГУР

2. Треугольник. Центр тяжести расположен на пересечении медиан.

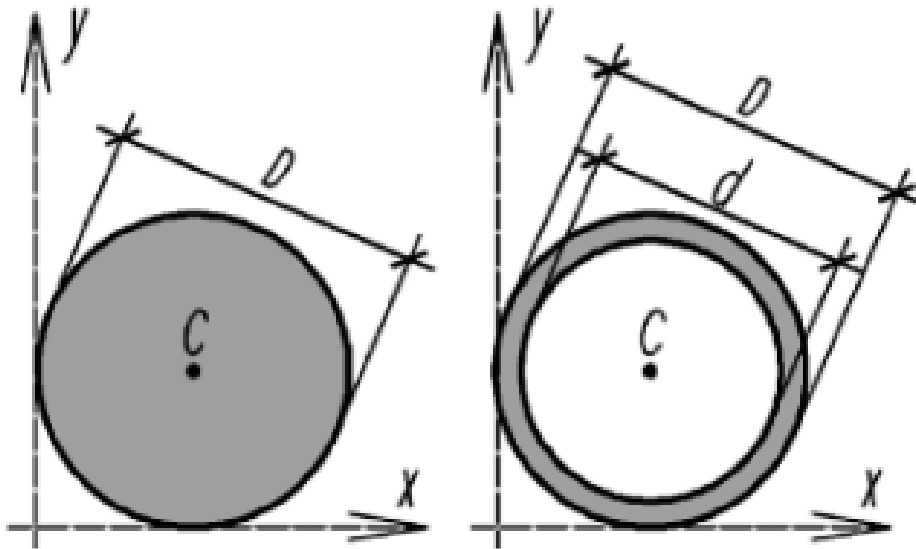


Для заданной системы
координат:

$$X_c = \frac{2a}{3}; Y_c = \frac{h}{3}.$$

КООРДИНАТЫ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПРОСТЕЙШИХ ФИГУР

3. Круг, кольцо. Центр тяжести расположен на пересечении диаметров.



Для заданной
системы координат:

$$X_c = \frac{D}{2}; Y_c = \frac{D}{2}.$$

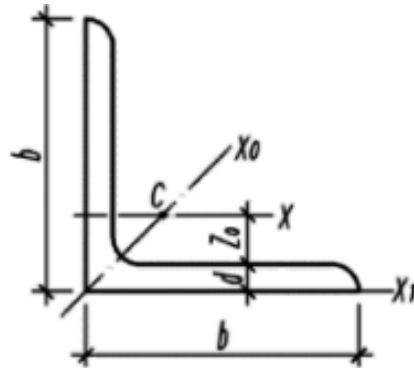
КООРДИНАТЫ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПРОФИЛЕЙ ПРОКАТА

Наиболее распространены следующие профили:

уголки равнополочные;
уголки неравнополочные;
швеллеры;
двутавры.

Таблицы, содержащие размеры и площадь поперечного сечения, массу 1 м проката, геометрические характеристики сечения, называются таблицами сортамента.

Уголки равнополочные



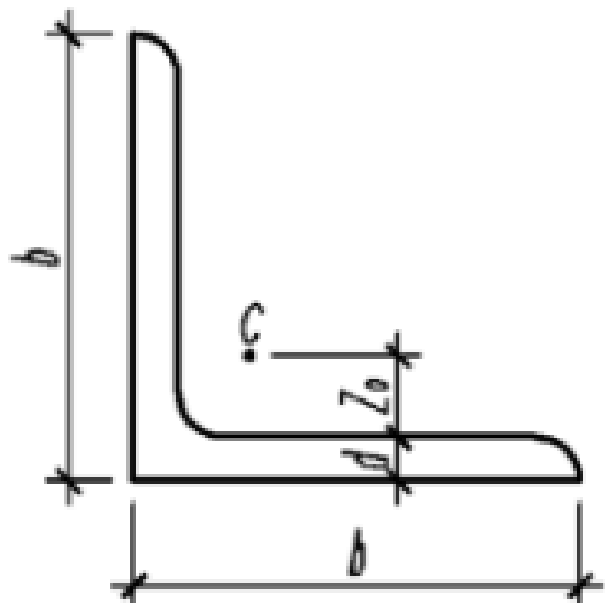
На рисунке и в таблице используются следующие обозначения: b — ширина полки; d — толщина полки; I — осевой момент инерции; i — радиус инерции; z_0 — расстояние от центра тяжести до полки.

Номинальные размеры, площадь поперечного сечения, масса 1 м длины, справочные величины для осей

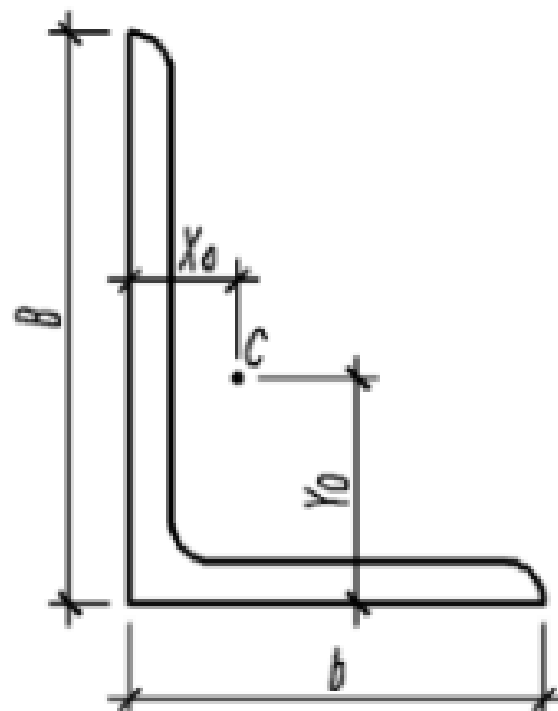
№ профиля	Масса 1 м	Размеры		Площадь сечения	Справочные величины для осей							
		b	d		x		x_0		y_0		x_1	$z_0 + d$
					I_x	i_x	I_{x0max}	i_{x0max}	I_{y0min}	i_{y0min}	I_{x1}	
		кг	мм		см ²	см ⁴	см	см	см	см	см ⁴	см
2	0,89	20	3	1,13	0,40	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,81	0,60
	1,15	20	4	1,46	0,50	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38	1,09	0,64
2,5	1,12	25	3	1,43	0,81	0,75	1,29	0,95	0,34	0,49	1,57	0,73
	1,46	25	4	1,86	1,03	0,74	1,62	0,93	0,44	0,48	2,11	0,76
2,8	1,27	28	3	1,62	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	2,20	0,80
3,2	1,46	32	3	1,86	1,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,63	3,26	0,89
	1,91	32	4	2,43	2,26	0,96	3,58	1,21	0,94	0,62	4,39	0,94
3,6	1,65	36	3	2,10	2,56	1,10	4,06	1,39	1,06	0,71	4,64	0,99
	2,16	36	4	2,75	3,29	1,09	5,21	1,38	1,36	0,70	6,24	1,04

Положение центра тяжести прокатных профилей:

а) уголок равнополочный

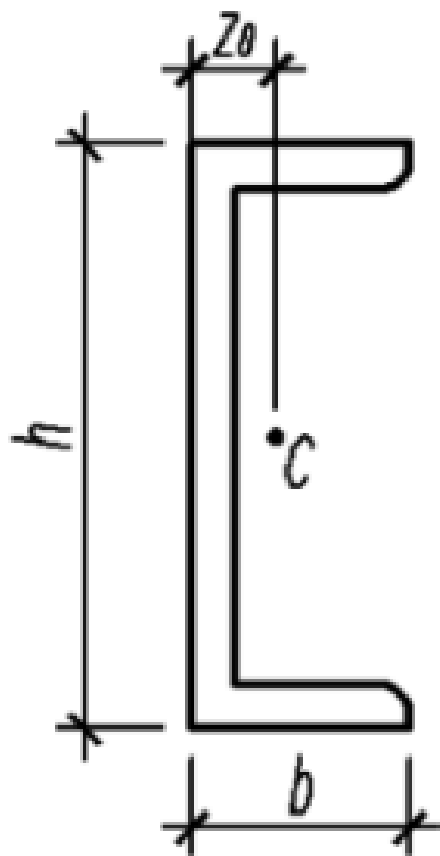


б) уголок неравнополочный

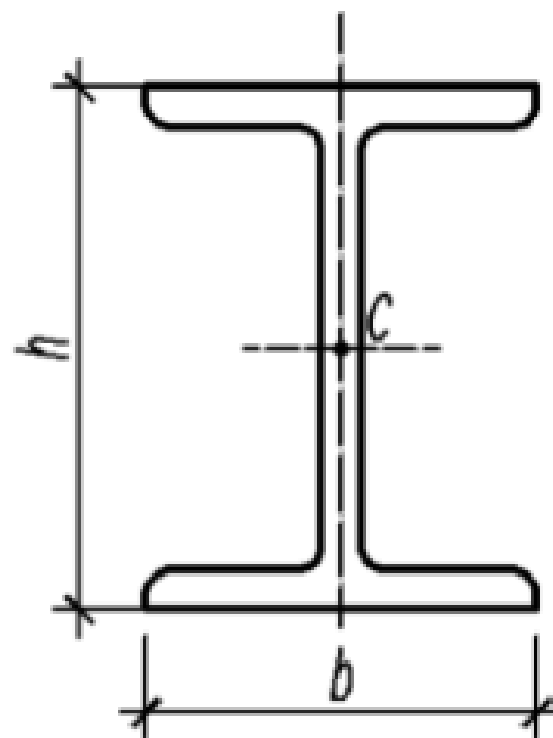


Положение центра тяжести прокатных профилей:

в) швеллер



г) двутавр



КООРДИНАТЫ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ФИГУР СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Координаты центра тяжести фигур сложной составной формы определяются по формулам:

$$X_c = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot X_i}{\sum A_i}; \quad Y_c = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot Y_i}{\sum A_i},$$

где

A_i — площадь (англ. *Area*) элементарной части плоской фигуры, см²;

$\sum A_i$ — общая площадь плоской фигуры, см²;

X_i — координата x центра тяжести элементарной части плоской фигуры, см;

Y_i — координата y центра тяжести элементарной части плоской фигуры, см.

Произведения, находящиеся в числителях формул, называются статическими моментами площади относительно соответствующих осей:

$$S_x = \sum_{i=1}^n A_i \cdot Y_i; \quad S_y = \sum_{i=1}^n A_i \cdot X_i.$$

Статический момент площади относительно оси равен сумме произведений элементарных частей площади на расстояние от их центров тяжести до оси. Статический момент площади может принимать положительное, отрицательное и нулевое значения. В международной системе единиц статический момент площади измеряется в единицах длины в третьей степени. Чаще применяются сантиметры в третьей степени — см³.

Тогда:

$$X_c = \frac{S_y}{A}; \quad Y_c = \frac{S_x}{A}.$$

При определении координат центра тяжести фигур сложной формы применяются методы:

разбиения — сложная форма разбивается на элементарные части, координаты центров тяжести которых определяются без расчета;

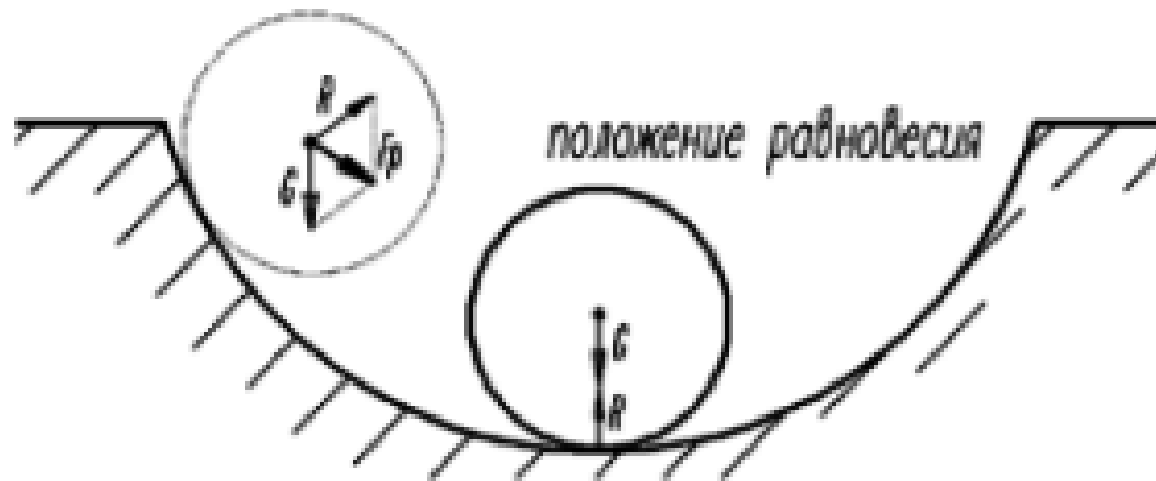
отрицательных площадей — части, являющиеся отверстиями и выемками, учитываются в расчете со знаком минус;

симметрии — при наличии оси симметрии одна из координат центра тяжести определяется без расчета, так как центр тяжести лежит на оси симметрии; если фигура имеет две оси симметрии, центр тяжести находится в точке пересечения осей.

Устойчивое, неустойчивое и безразличное равновесие

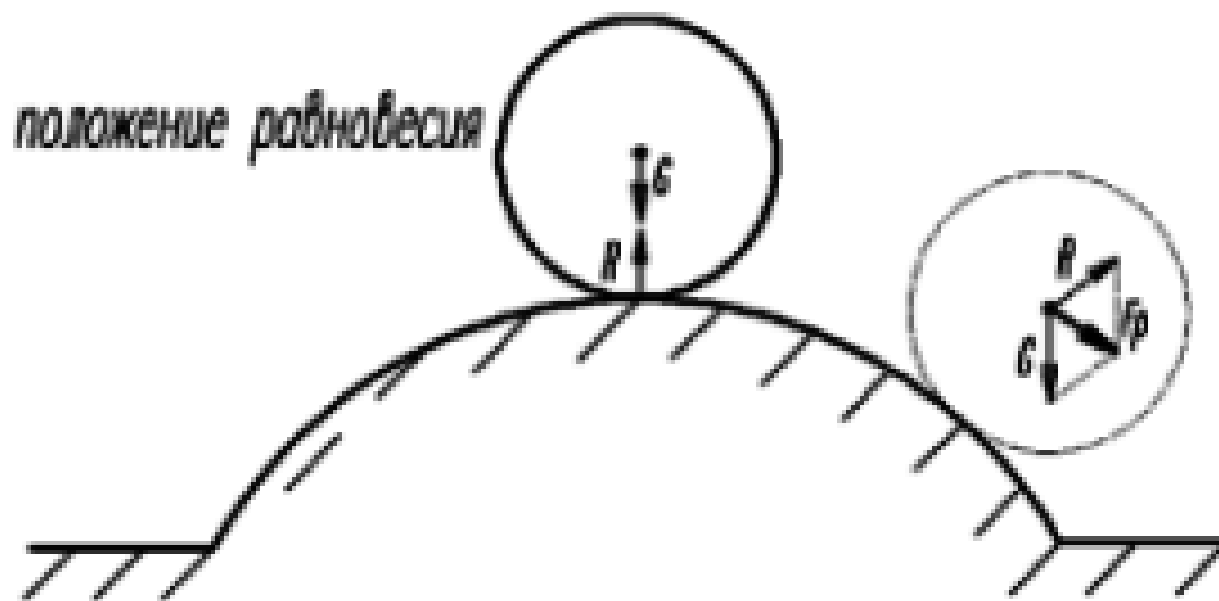
Равновесие тела сводится к трем формам — **устойчивому**, **неустойчивому** и **нейтральному** (безразличному).

При **устойчивом** равновесии тело, выведенное из первоначального положения и состояния равновесия, возвращается к прежнему положению и состоянию равновесия.



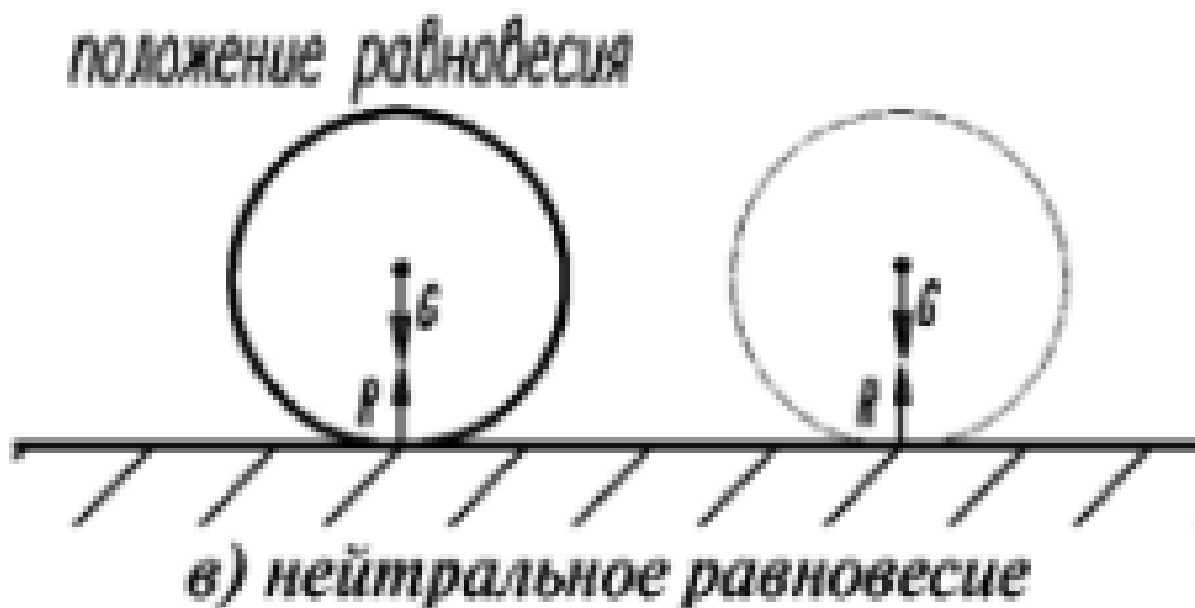
a) устойчивое равновесие

При **неустойчивом** равновесии тело, при действии даже незначительной силы теряет равновесие и в прежнее положение не возвращается.



б) неустойчивое равновесие

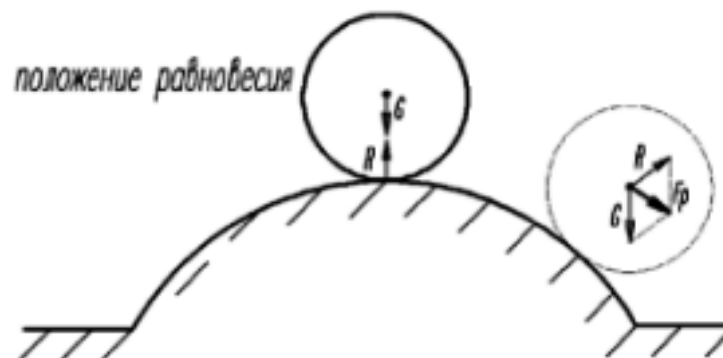
При нейтральном (безразличном) равновесии тело, выведенное из первоначального положения и состояния равновесия, в прежнее положение не возвращается, но состояние равновесия сохраняет.



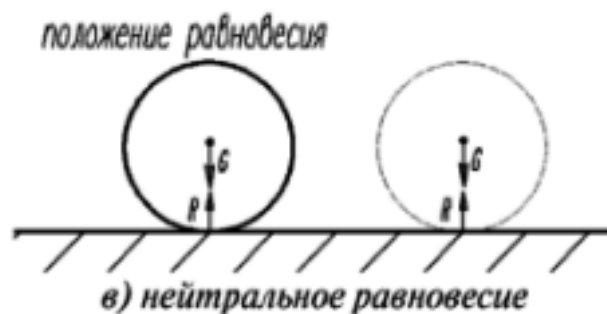
Наблюдая за телом на разных опорных поверхностях, можно сделать вывод: равновесие тела является устойчивым, если центр тяжести тела занимает самое низкое положение по сравнению с возможными соседними.



а) устойчивое равновесие



б) неустойчивое равновесие



УСТОЙЧИВОСТЬ ПРОТИВ ОПРОКИДЫВАНИЯ

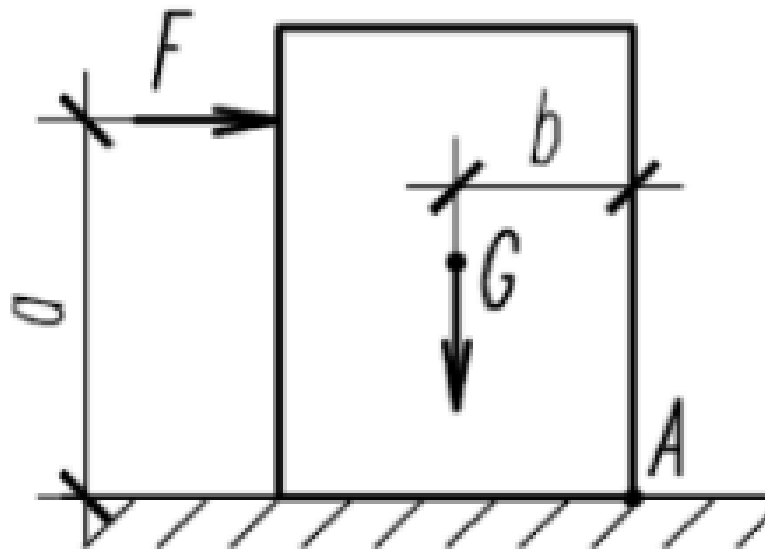
Рассмотрим тело весом G под действием силы F .

Сила F стремится опрокинуть тело вокруг точки A , создавая **момент опрокидывания**:

$$M_{\text{опр}} = M_A(F) = F \cdot a.$$

Одновременно вес тела G обеспечивает ему устойчивость, создавая **момент устойчивости**:

$$M_{\text{уст}} = M_A(G) = -G \cdot b.$$



Для обеспечения устойчивости тела необходимо и достаточно, чтобы момент устойчивости по модулю превышал момент опрокидывания:

$$|M_{\text{уст}}| > |M_{\text{опр}}|$$

Отношение момента устойчивости к моменту опрокидывания называют коэффициентом устойчивости:

$$k = \frac{|M_{\text{уст}}|}{|M_{\text{опр}}|}.$$

Чем выше коэффициент устойчивости, тем выше степень устойчивости элемента под действием внешних нагрузок.

Нормативный (минимальный) коэффициент устойчивости принимается от 1,15 до 8 и зависит от степени ответственности сооружения.

Расчеты на устойчивость против опрокидывания проводятся при проектировании высотных сооружений, а также при работе грузоподъемных машин и механизмов.