

# Простейшее движение твердого тела

Различают два вида простейших движений твердого тела: **поступательное** движение и **вращение вокруг неподвижной оси**.

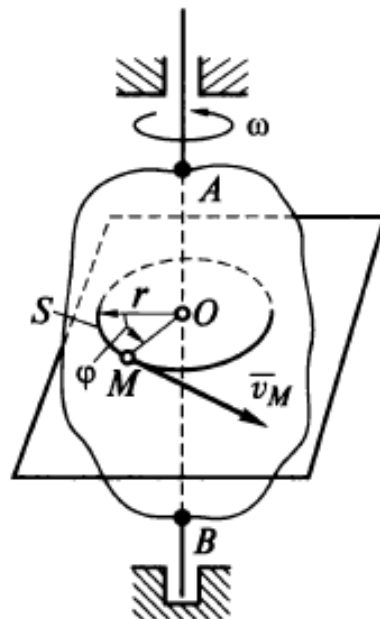
Движение тела, при котором любая прямая, проведенная в теле, остается параллельной своему первоначальному положению, называется **поступательным**.

Представление о поступательном движении можно получить, наблюдая движение кузова вагона трамвая на прямолинейном участке пути, поступательно движется стол продольно-строгального станка, поршень стационарного двигателя внутреннего сгорания и т. п.

## Вращательное движение относительно неподвижной оси

**Вращательным** называется такое движение твердого тела, при котором точки тела движутся в плоскостях, перпендикулярных неподвижной прямой, называемой осью вращения тела, и описывают окружности, центры которых лежат на этой оси.

Для осуществления этого движения следует неподвижно закрепить две точки твердого тела  $A$  и  $B$ . Тогда прямая, проходящая через эти точки, является осью вращения.



При вращении угол поворота тела меняется в зависимости от времени:

$$\varphi = f(t).$$

Эта зависимость называется *уравнением вращательного движения тела*. Угол поворота часто выражают через число оборотов  $N$ .

Тогда угол  $\varphi$  в радианах, соответствующий  $N$  оборотам, определяется по следующей формуле:

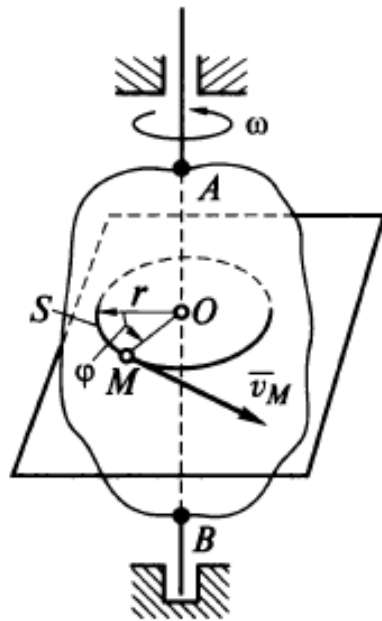
$$\varphi = 2\pi N.$$

Величина, характеризующая быстроту изменения угла поворота  $\varphi$  с течением времени, называется **угловой скоростью тела** и имеет размерность секунда в минус первой степени (1/с). Ее значение определяется по формуле:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Учитывая, что дуга  $S = r\varphi$  и, следовательно,  $\varphi = S/r$ , получим:

$$\omega = \frac{dS}{r dt} = \frac{v_M}{r}.$$



Отсюда найдем **линейную скорость точки вращающегося тела**:

$$v_M = \omega r.$$

Угловая скорость вращения  $\omega$  (1/с) связана с частотой вращения  $n$  (об/мин) следующей зависимостью:

$$\omega = (2\pi/60) \cdot n = \pi n/30.$$

В этом случае линейная скорость точки тела может быть выражена также через частоту вращения:

$$v = (\pi n/30) \cdot (d/2).$$

Размерность скорости будет зависеть от размерности диаметра  $d$ . Если  $d$  измерен в миллиметрах, то скорость будет выражена в метрах в секунду (м/с):

$$v = \pi d n / (60 \cdot 1000).$$

В технике часто скорость выражается в метрах в минуту (м/мин), тогда

$$v = \pi d n / 1000.$$

Величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости с течением времени, называется **угловым ускорением** и имеет размерность секунда в минус второй степени (1/с<sup>2</sup>):

$$\epsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Если  $d\omega/dt > 0$  и  $d\varphi/dt > 0$ , то движение ускоренное; если  $d\omega/dt < 0$ , а  $d\varphi/dt > 0$ , то движение замедленное.

Точка  $M$  тела участвует во вращательном движении, перемещаясь по окружности радиуса  $OM = r$ . Поскольку ее траектория криволинейная, то ускорение

$$\bar{a} = a_\tau \bar{\tau} + a_n \bar{n}.$$

Касательная составляющая ускорения

$$a_\tau = |dv/dt| = |d\omega r/dt| = r|d\omega/dt| = r\varepsilon;$$

направление  $a_\tau$  определяет направление стрелки  $\varepsilon$ .

Нормальная составляющая ускорения

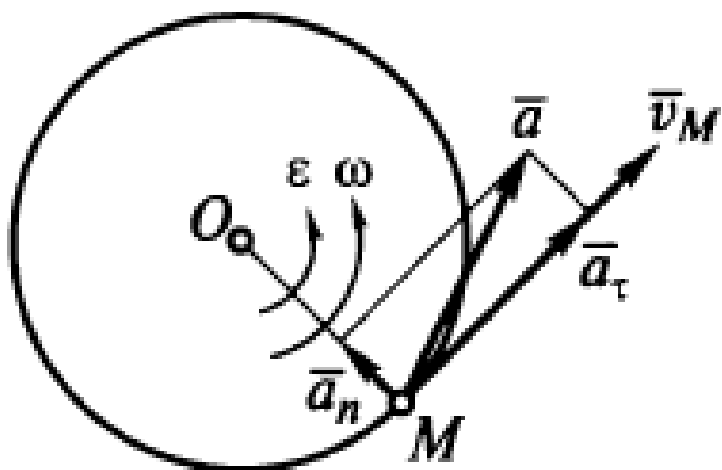
$$a_n = v^2/\rho = (\omega r)^2/r = \omega^2 r.$$

Это ускорение направлено всегда к центру, поэтому называется

**центробежным**.

Полное ускорение точки вращающегося вокруг неподвижной оси тела

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$



Частные случаи вращательного движения тела:

1)  $\omega = \text{const}$ . Зная, что  $\omega = d\varphi/dt = \text{const}$ , перепишем эту зависимость и проинтегрируем уравнение в пределах, соответствующих начальному моменту времени  $t_0$  (соответственно,  $\varphi_0$ ) и произвольному моменту времени  $t$ :

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi = \omega \int_{t_0}^t dt,$$

откуда

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

В результате получен закон равномерного вращательного движения тела;

2)  $\epsilon = \text{const}$  — равнопеременное вращательное движение (равноускоренное или равнозамедленное) тела. Вывод его закона движения аналогичен:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\epsilon t^2}{2}.$$



## Сравнение формул кинематики для поступательного и вращательного движений

Кинематическая мера движения	Характер движения	Вид движения	
		поступательное	вращательное
Перемещение	Неравномерное	$s = f(t)$	$\varphi = f(t)$
	Равномерное	$s = vt$	$\varphi = \omega t$
	Равнопеременное	$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$	$\varphi = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$
Скорость	Неравномерное	$v = \frac{ds}{dt}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
	Равномерное	$v = \text{const}$	$\omega = \text{const}$
	Равнопеременное	$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
Ускорение касательное	Неравномерное	$a_\tau = \frac{dv}{dt}$	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
	Равномерное	$a_\tau = 0$	$\alpha = 0$
	Равнопеременное	$a_\tau = \text{const}$	$\alpha = \text{const}$
Ускорение нормальное	Любое	$a_n = \frac{v^2}{\rho}$	$a_n = \omega^2 r$