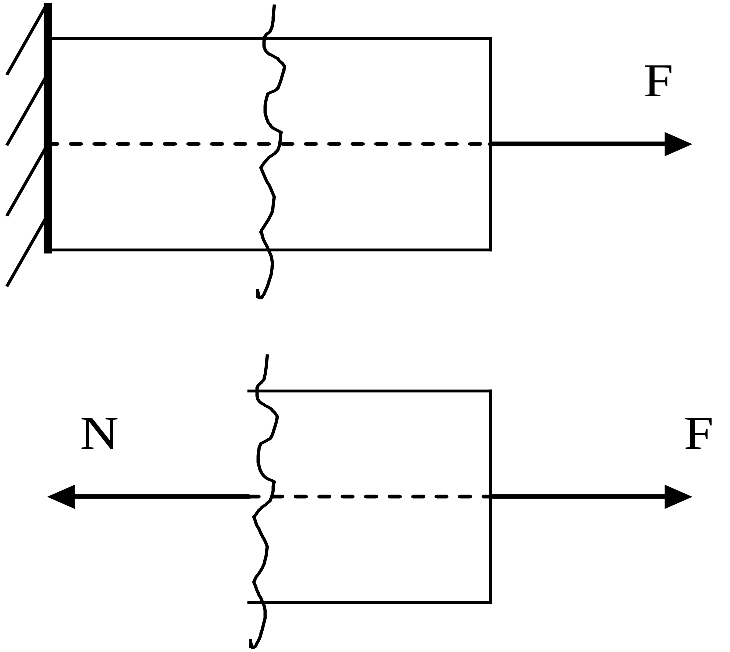
Растяжение и сжатие

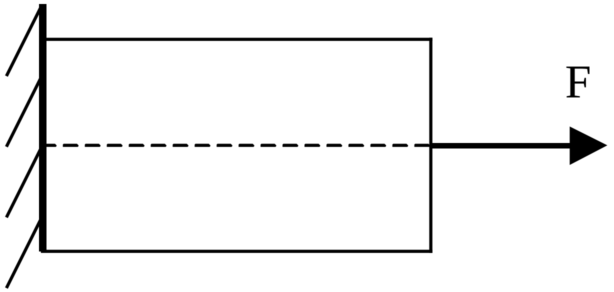
Растяжение-сжатие *–это такой вид деформации, при котором в поперечном сечении возникает только продольная сила* ***N.***



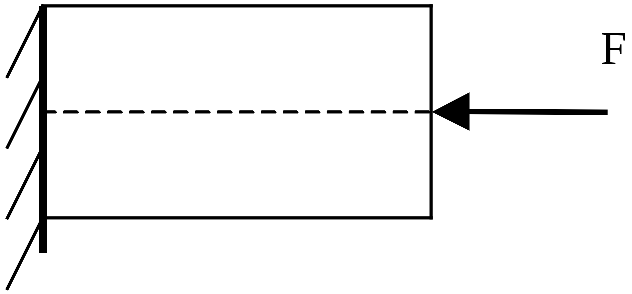
Чтобы вызвать растяжение-сжатие нужно приложить внешнюю силу вдоль продольной оси к центру тяжести сечения.

Продольная сила *–это внутренняя сила, перпендикулярная плоскости сечения, она равна сумме внешних сил, действующих по одну сторону от сечения вдоль продольной оси.*

$$\boxed{N_i = \sum F_i}$$



- *Продольная сила положительна, если внешняя сила растягивает сечение.*



- *Продольная сила отрицательна, если внешняя сила сжимает сечение.*

При растяжении – сжатии в сечении возникают только нормальные напряжения.

$$\boxed{\sigma = \frac{N}{A} (МПа)}$$

Нормальные напряжения *пропорциональны продольной силе и обратно пропорциональны площади поперечного сечения.*

N – продольная сила (Н)

A – площадь поперечного сечения (мм кв.)

Виды напряжений

- ***Расчетные напряжения*** *– зависят от заданной нагрузки и размеров конструкции.*
- ***Предельные напряжения*** *– при них возникают пластические деформации или первые признаки разрушения.*
- ***Допускаемые напряжения*** *- при этих напряжениях гарантируется нормальная работа конструкции, превышать их нельзя.*

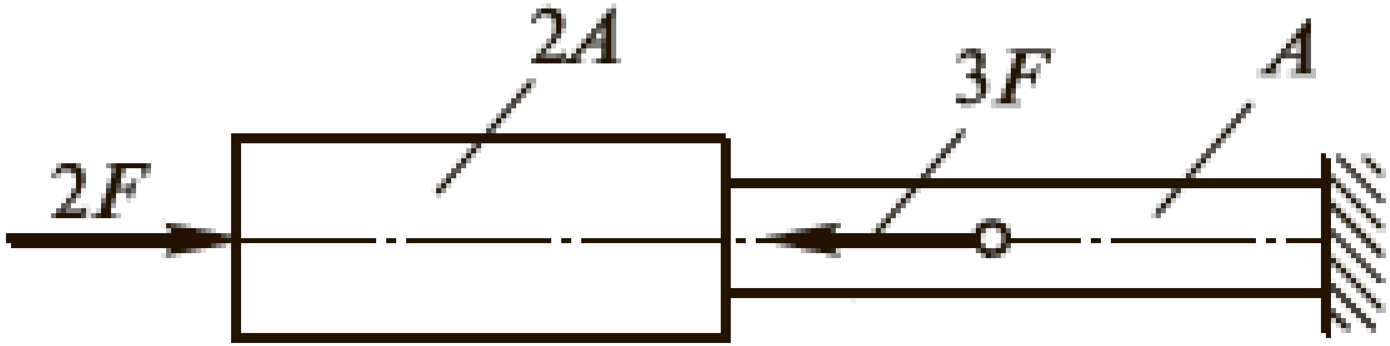
Коэффициент запаса прочности *– это величина, которая показывает во сколько раз расчетное напряжение должно быть меньше предельного.*

$$S = \frac{\sigma_{пред}}{\sigma_{расч}}$$

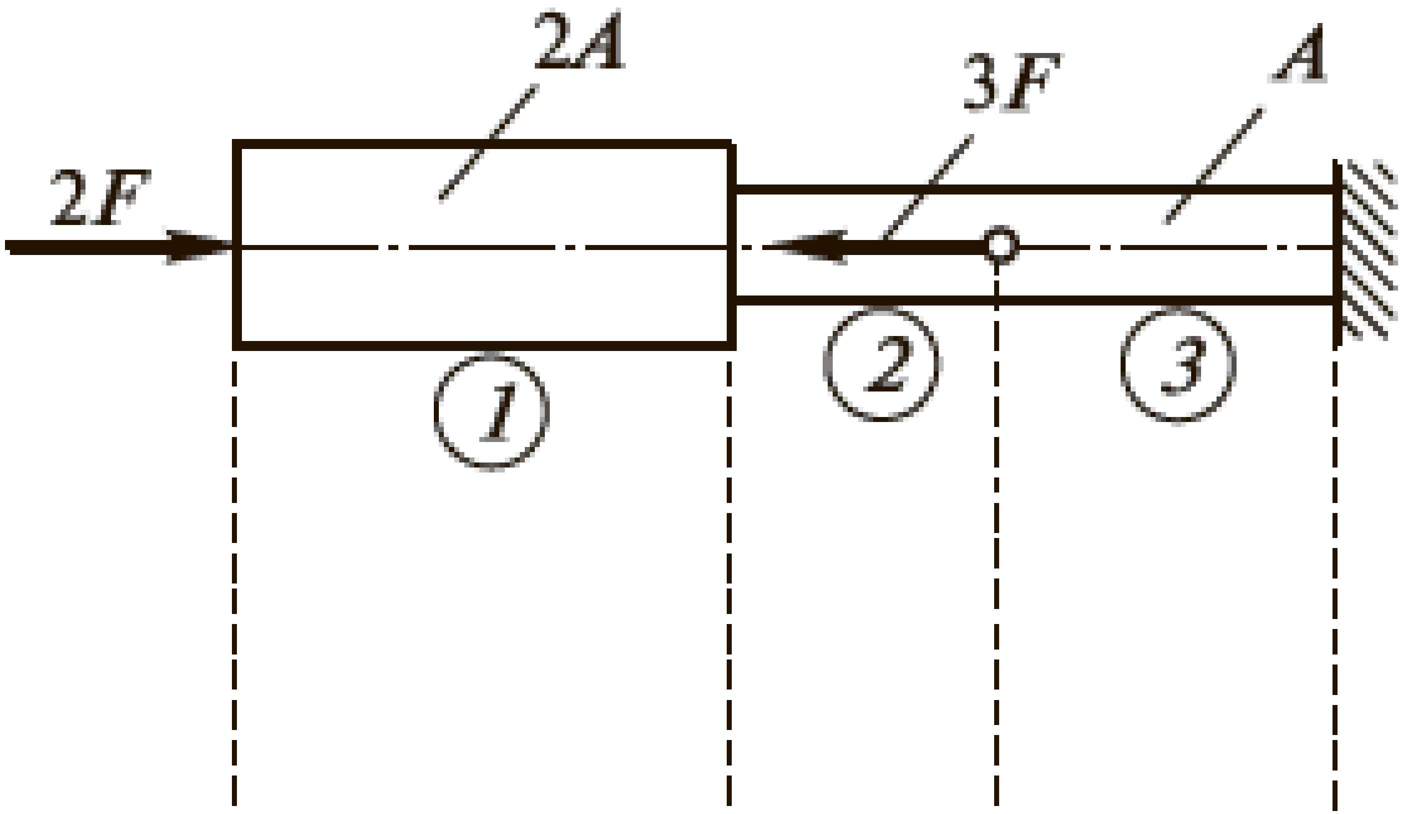
Для наглядного изображения распределения вдоль оси бруса продольных сил и нормальных напряжений строят графики, называемые *эпюрами*, причем для нормальных напряжений применяется то же правило знаков, что и для продольных сил.

Эпюрами в сопротивлении материалов называют графическое представление данных о распределении соответствующих факторов по длине либо сечению рассматриваемого бруса.

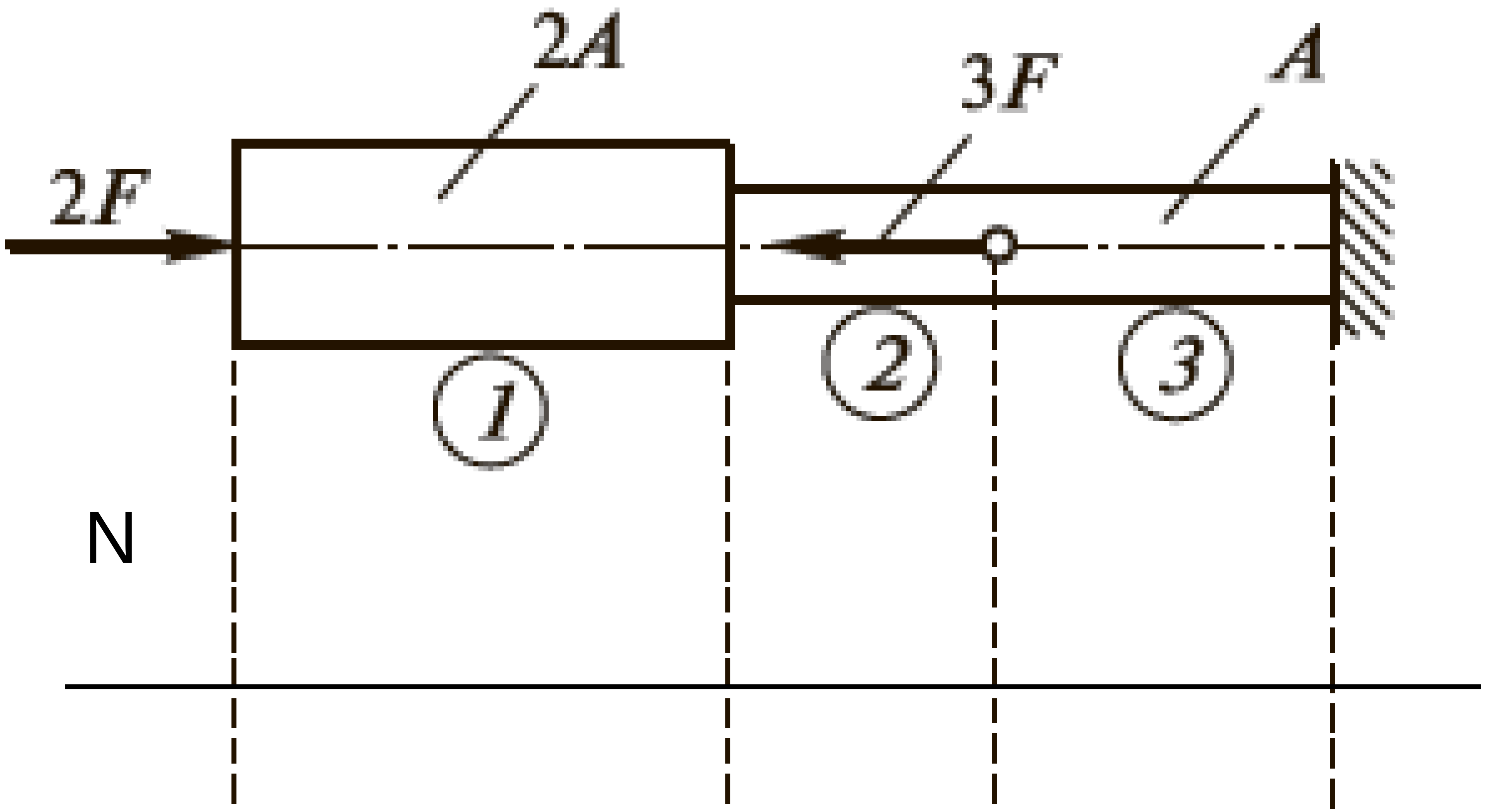
Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений для ступенчатого бруса, изображенного на рисунке.



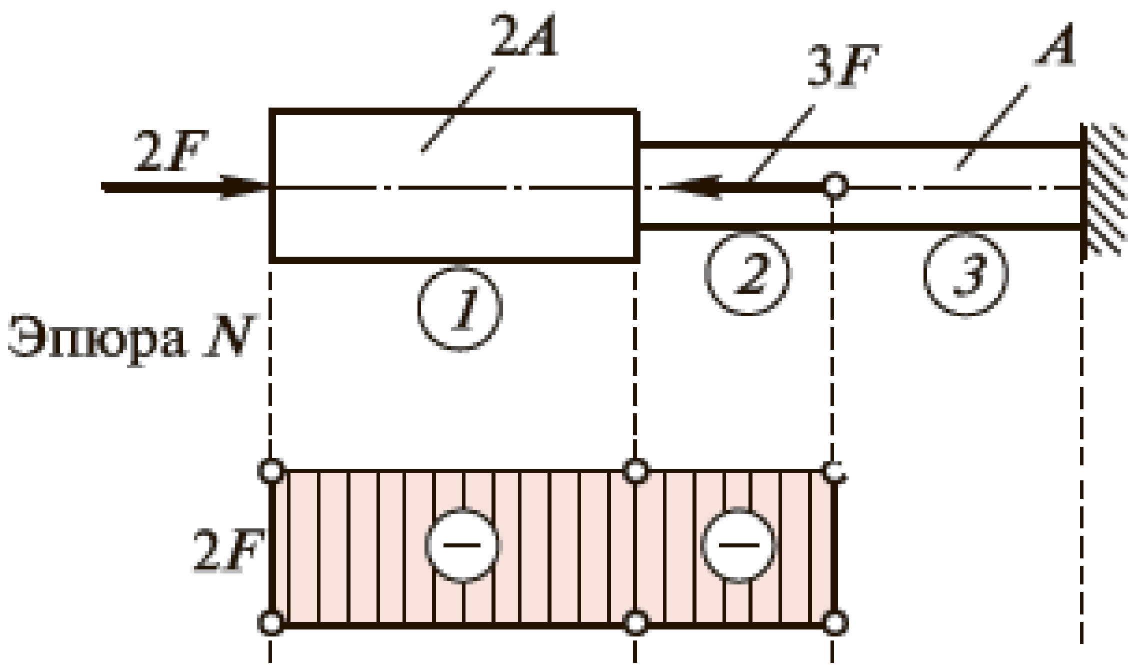
Разобьем брус на три участка. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы, и места изменения размеров поперечного сечения.



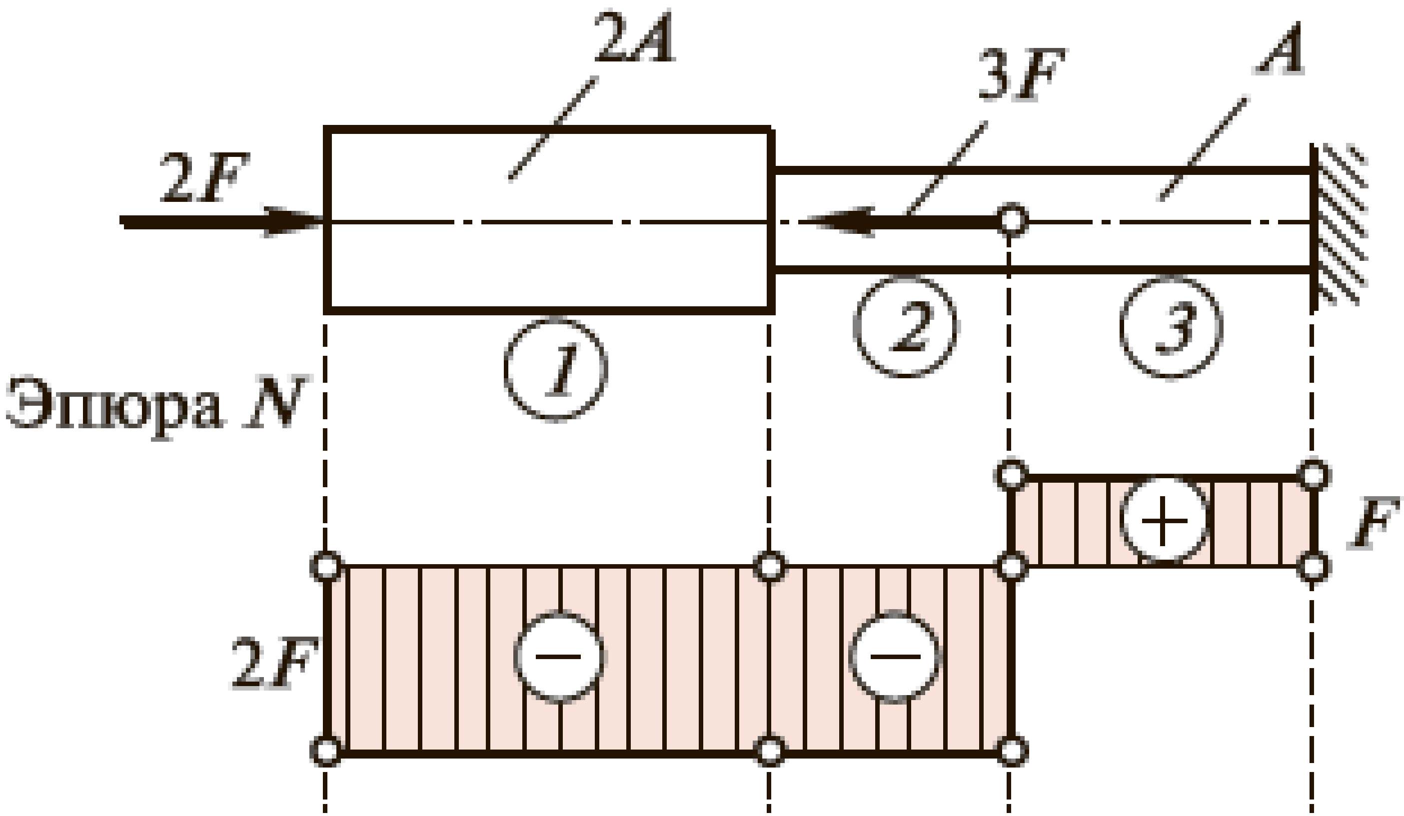
Для построения эпюры продольных сил *N* под чертежом бруса проводим ось эпюры, параллельную оси бруса.



Величины продольных сил в произвольном масштабе откладываем перпендикулярно оси эпюры, причем положительные значения N (растяжение) откладываются вверх, а отрицательные (сжатие) – вниз от оси. Эпюру заштриховывают перпендикулярно оси. В точках приложения сил на эпюре N получаются скачкообразные изменения, причем величина «скачка» равна модулю приложенной в сечении бруса силы. Применяя метод сечений, находим, что во всех поперечных сечениях первого и второго участков действует продольная сила $N_1 = -2F = N_2$.

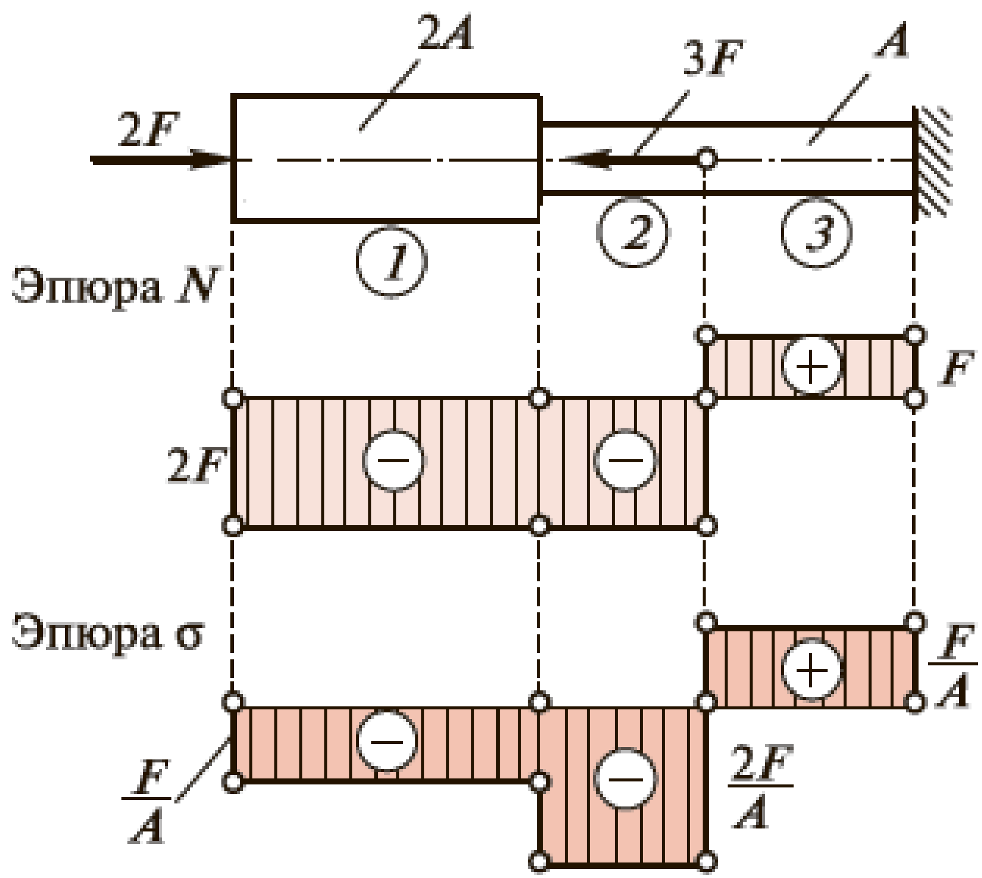


В сечении бруса в начале 3-го участка приложена сила 3*F*. Применяя метод сечений, устанавливаем, что во всех поперечных сечениях третьего участка действует продольная сила $N_3 = -2F + 3F = F$.



Применяя метод сечений, выгоднее рассматривать равновесие части бруса, расположенной со стороны его свободного конца, в противном случае необходимо заранее определять и вводить в уравнение равновесия реакцию заделки.

Для построения эпюры σ определим нормальные напряжения на участках бруса.
Тогда на первом участке нормальные напряжения будут $\sigma_1=-2F/2A=-F/A$, на втором $\sigma_2=-2F/A$, на третьем $\sigma_3=F/A$.
Правила построения эпюры σ те же, что и для эпюры *N*.



Для расчетов на прочность особый интерес представляют те сечения бруса, в которых напряжения являются по абсолютному значению максимальными. Эти сечения являются предположительно опасными. В нашем примере такими будут сечения бруса на втором участке.

Условия прочности

- *Расчетные напряжения не должны превышать допускаемых значений.*

$$\sigma_{расч} \leq [\sigma]$$

- *Расчетный коэффициент запаса прочности должен быть больше нормативного (допускаемого).*

$$S_{расч} \geq [S]$$

Виды расчетов на прочность при растяжении-сжатии

- ***Проверочный расчет*** – *проверяем прочность сечения*

$$\sigma = \frac{N}{A} \le [\sigma]$$

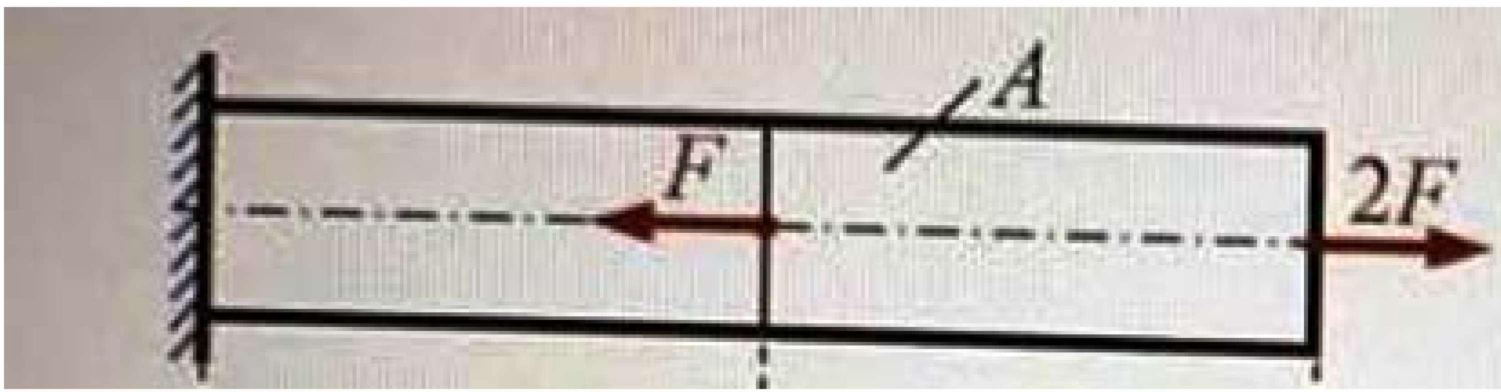
- ***Проектный расчет*** – *определяем размеры опасного сечения*

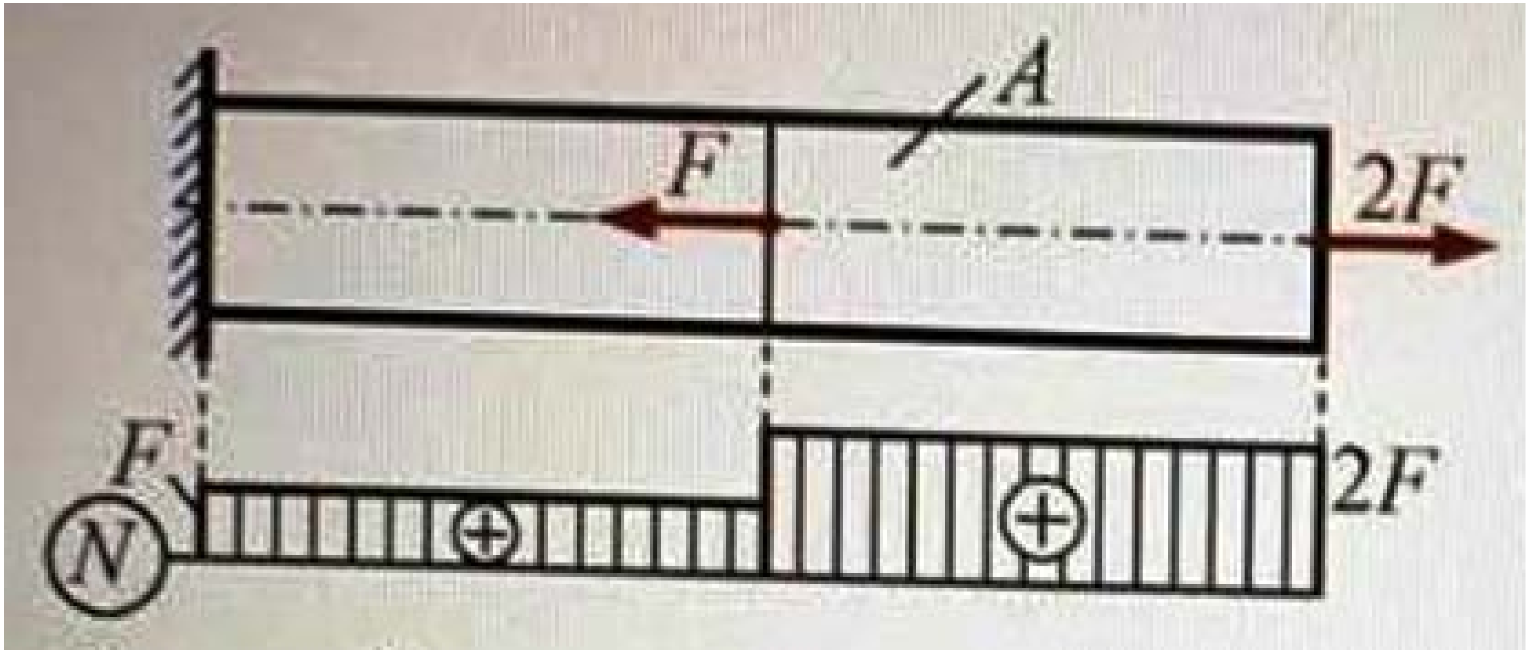
$$A \ge \frac{N}{[\sigma]}$$

- ***Определение допускаемой нагрузки*** – *определяем нагрузку, которую выдержит сечение*

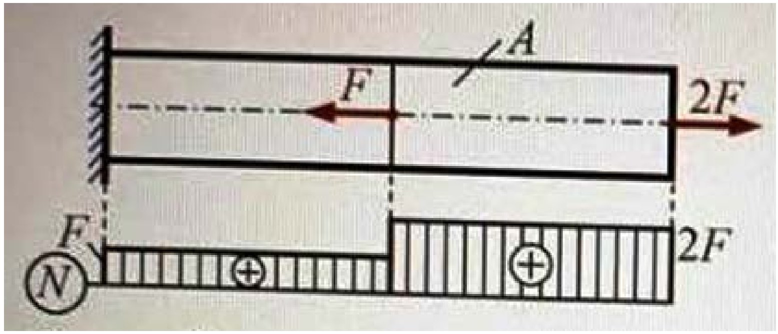
$$[N_z] \le A \cdot [\sigma]$$

Стальной стержень, жестко защемленный одним концом, нагружен силами (см. рис.). Эпюра продольных сил N показана на рисунке. Известны величины: $F = 0{,}026$ $МН$, площадь поперечного сечения стержня $A = 3 \cdot 10^{-4} м^2$, предел текучести материала $\sigma_T = 260$ $МПа$. Значение фактического коэффициента запаса прочности равно …



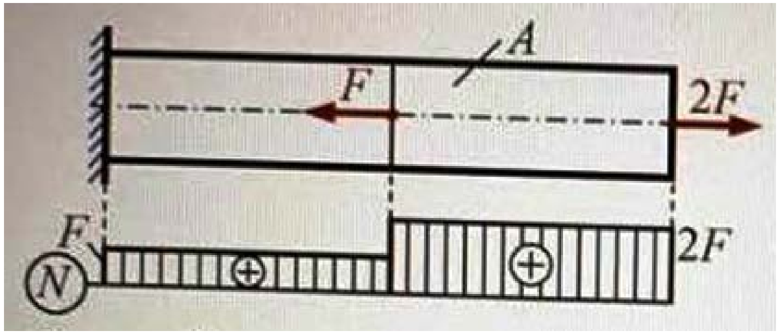


A
F
2F
F
N
2F

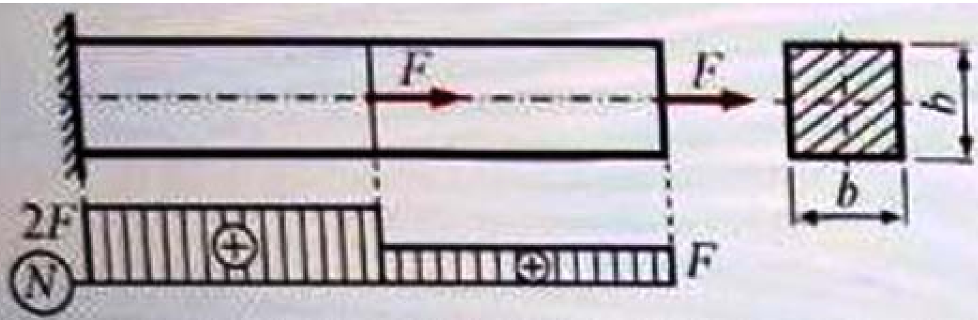


$$s = \frac{\sigma_T}{\sigma_{расч}}$$

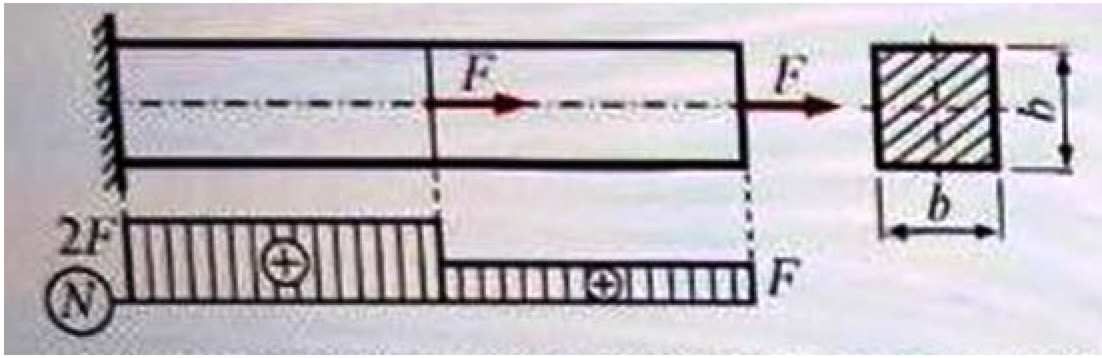
$$\sigma_{расч} = \frac{N}{A} = \frac{2F}{A} = \frac{2 \cdot 26000}{0{,}0003} = 173333333 \, Па = 173{,}3 \, МПа$$



$$s = \frac{\sigma_T}{\sigma_{расч}} = \frac{260 МПа}{173{,}3 МПа} = 1{,}5$$



Стержень квадратного поперечного сечения, жестко защемленный одним концом, нагружен силами F (см. рис.). Эпюра продольных сил N показана на рисунке. Известны величины: $F = 0{,}27$ *МН*, допускаемое напряжение $[\sigma] = 150$ *МПа*. Минимально допустимое значение размера b, из расчета на прочность по допускаемым нормальным напряжениям, равно _____ *см*.

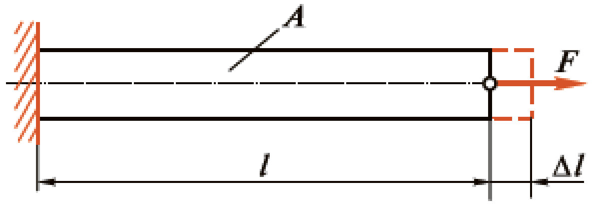


$$A = \frac{N_{\max}}{[\sigma]} = \frac{2F}{[\sigma]} = \frac{2 \cdot 270000}{150000000} = 0{,}0036 м^2$$

$$в = \sqrt{A} = \sqrt{0{,}0036} = 60 \cdot 10^{-3} м = 6 см$$

Закон Гука

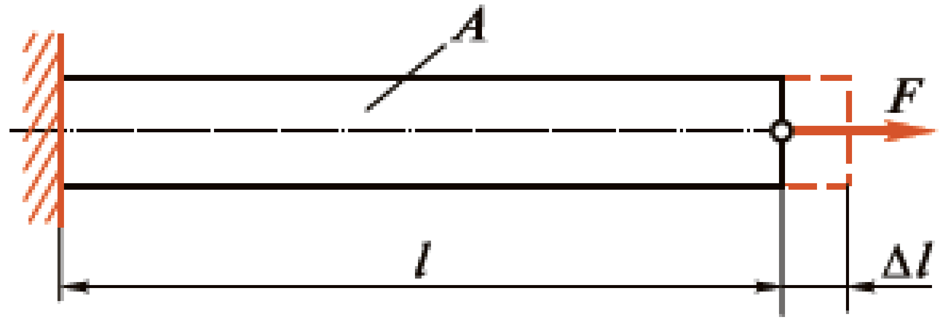
«Между относительной продольной деформацией и соответствующим нормальным напряжением существует пропорциональная зависимость, но только при упругих деформациях.»



$$\boxed{\sigma_z = E \cdot \varepsilon}$$

E – продольный модуль упругости (модуль Юнга) для стали 200000 МПа

ε - относительное удлинение



Под действием продольной силы брус удлинится на некоторую величину Δl, которую назовем *абсолютным удлинением*. Отношение абсолютного удлинения Δl к первоначальной длине l назовем *относительным удлинением* и обозначим ε:

$$\varepsilon = \Delta l / l.$$

Коэффициент пропорциональности E характеризует жесткость материала, т.е. его способность сопротивляться упругим деформациям растяжения или сжатия, и называется *модулем продольной упругости*, *или модулем упругости первого рода*.

Модуль упругости и напряжение имеют одинаковую размерность:

$$[E] = \frac{[\sigma]}{[\varepsilon]} = \text{Па}.$$

Значения E, МПа, для некоторых материалов:

Чугун . . . . $(1{,}50 \dots 1{,}60) \cdot 10^5$
Сталь . . . . $(1{,}96 \dots 2{,}16) \cdot 10^5$
Медь . . . . $(1{,}00 \dots 1{,}30) \cdot 10^5$
Сплавы алюминия. . . . . $(0{,}69 \dots 0{,}71) \cdot 10^5$
Дерево (вдоль волокон) . . . . $(0{,}10 \dots 0{,}16) \cdot 10^5$
Текстолит . . . . $(0{,}06 \dots 0{,}10) \cdot 10^5$
Капрон. . . . . $(0{,}01 \dots 0{,}02) \cdot 10^5$

При расчетах на жесткость определяют удлинение (укорочение) бруса и сравнивают его с допустимым:

$$\boxed{\Delta\ell = \frac{N_z \cdot \ell}{E \cdot A}}$$

L – длина участка, на котором происходит деформация (мм);

E – модуль Юнга (МПа)

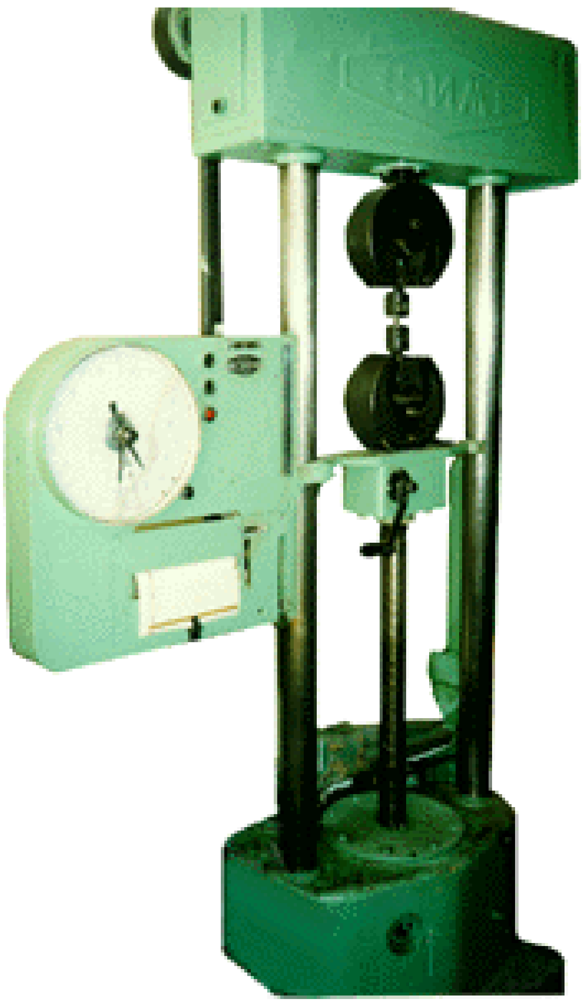
A – площадь сечения (мм кв.)

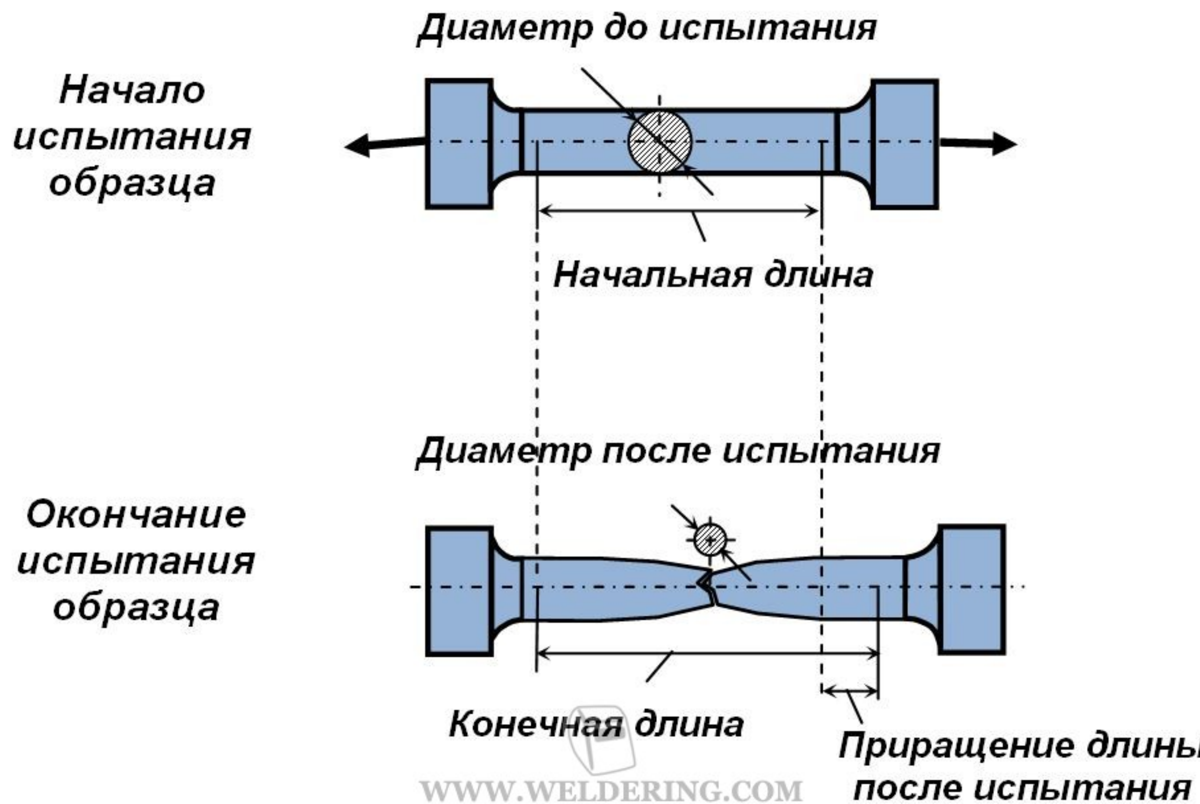
N – продольная сила (Н)

Для определения механических характеристик материала проводят испытание образцов на специальных гидравлических машинах.

В процессе испытания машина выводит график, показывающий зависимость между напряжениями и деформацией, либо между силой и удлинением (укорочением) образца. Такие график получил называние – **диаграмма растяжения (сжатия).**

Механические испытания на растяжение *производятся на разрывной машине, используя образцы стандартной формы и размеров.*





Разрушенный образец стали после испытания на прочность

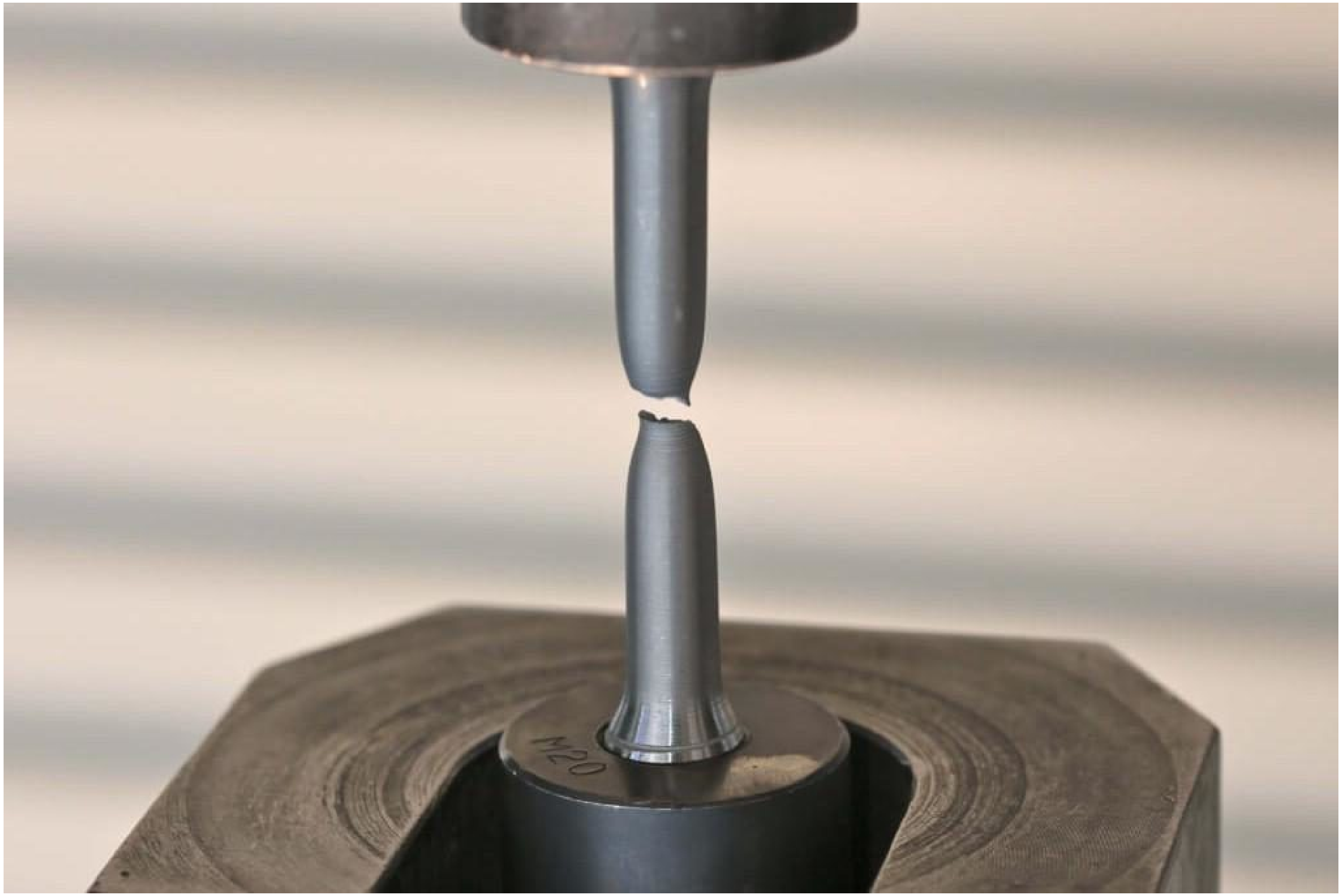
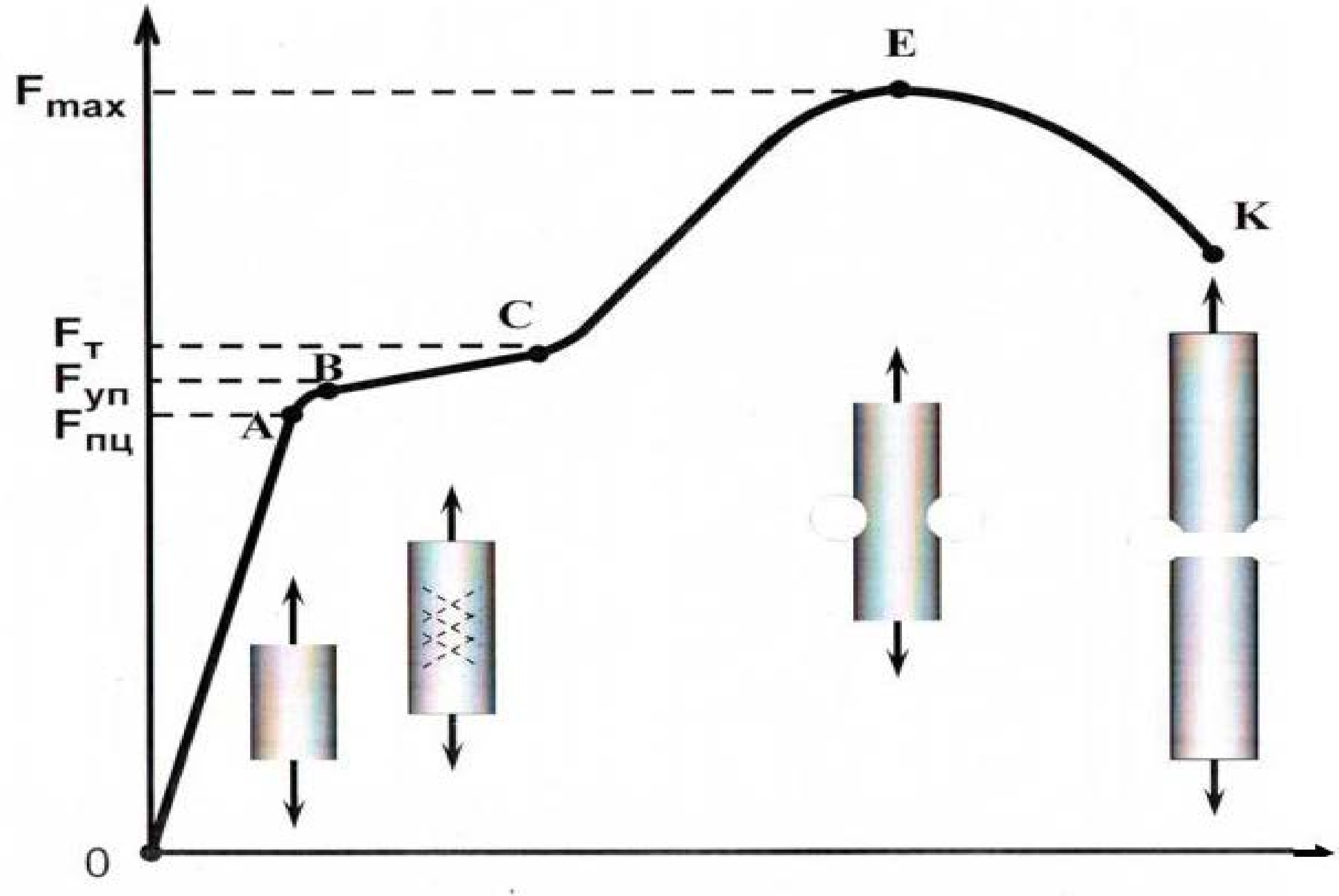
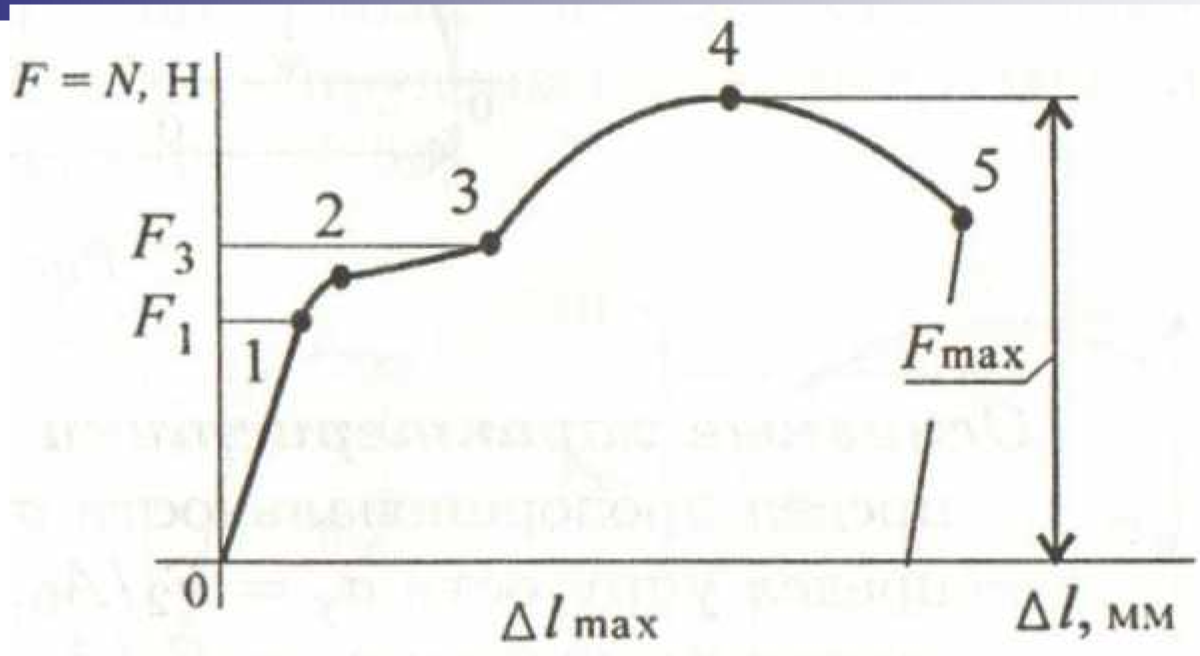


Диаграмма растяжения





Точка 1 - предел пропорциональности: удлинение растет пропорционально нагрузке, на этом участке выполняется закон Гука.
Точка 2- предел упругости материала, материал теряет упругие свойства – способность вернуться к исходным размерам.
Точка 3 - конец участка, на котором образец сильно деформируется без увеличения нагрузки. Это явление называется текучестью.
Точка 4 соответствует максимальной нагрузке, в этот момент на образце образуется шейка – резкое уменьшение площади поперечного сечения.
Точка 5 – разрыв образца.

Для определения механических характеристик материала рассчитываются величины, имеющие условный характер, усилия (F) в каждой из точек делят на величину начальной площади поперечного сечения (A).

- *Предел пропорциональности*

$$\sigma_{пц}=F_{пц}/A$$

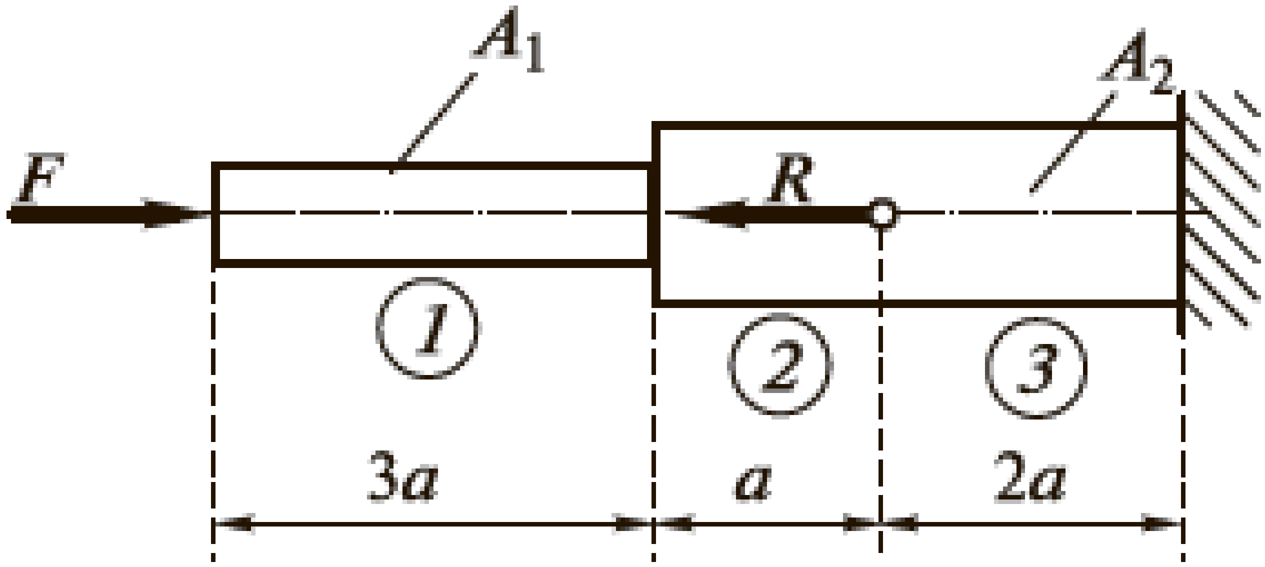
- *Предел текучести*

$$\sigma_{т}=F_{т}/A$$

- *Предел выносливости*

$$\sigma_{в}=F_{в}/A$$

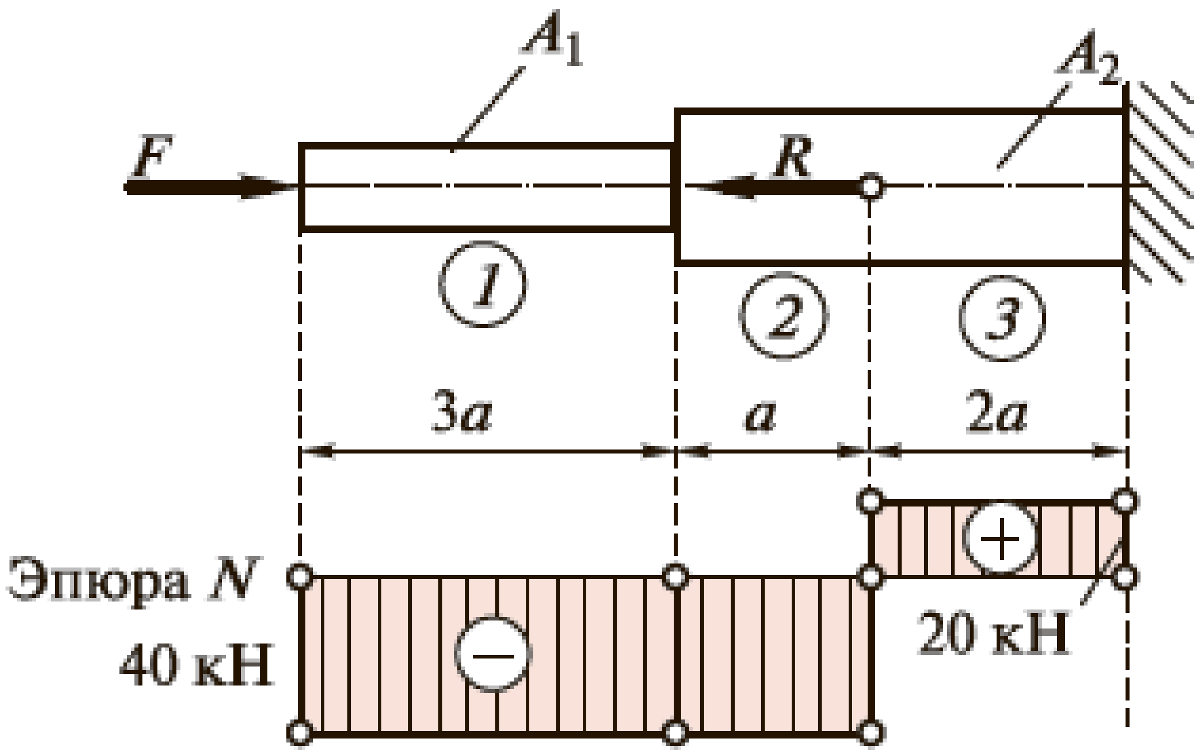
На стальной ступенчатый брус действуют силы $F = 40$ кН и $R = 60$ кН. Площади поперечных сечений равны $A_1 = 800$ мм^2, $A_2 = 1\,600$ мм^2. Длины участков указаны на рис. $a = 0{,}2$ м. Определить изменение длины бруса.



Разобьем брус на три участка и, применяя метод сечений, определим значения продольных сил на каждом из них:

$N_1 = N_2 = F = -40$ кН (сжатие), $N_3 = R - F = 20$ кН (растяжение).

Строим эпюру продольных сил.



Для бруса, состоящего из нескольких участков, $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3$, где по закону Гука $\Delta l_1 = \dfrac{N_1 \cdot 3a}{EA_1}$ — изменение длины первого участка; аналогично, $\Delta l_2 = \dfrac{N_2 a}{EA_2}$, $\Delta l_3 = \dfrac{N_3 \cdot 2a}{EA_2}$ — изменение длин второго и третьего участков.

Следовательно,

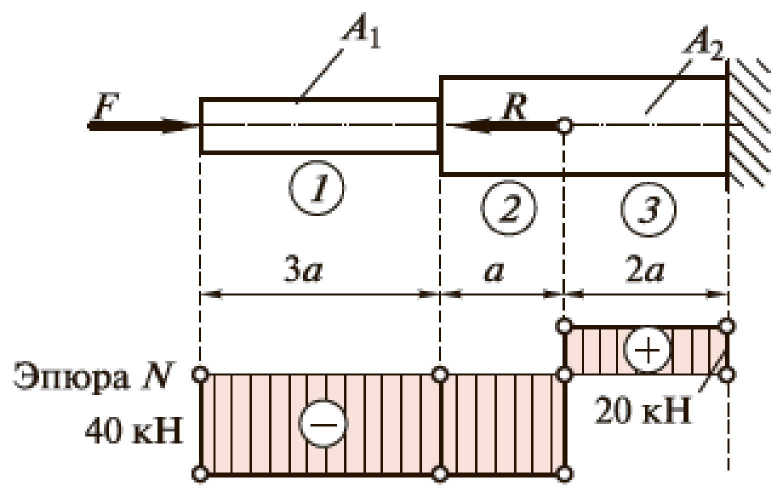
$$\Delta l = \frac{N_1 \cdot 3a}{EA_2} + \frac{N_2 a}{EA_2} + \frac{N_3 \cdot 3a}{EA_2}.$$

Подставив числовые значения с учетом знаков продольных сил, получим

$$\Delta l = \frac{-40 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 0{,}2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 800 \cdot 10^{-6}} - \frac{-40 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1\,600 \cdot 10^{-6}} + \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 0{,}2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1\,600 \cdot 10^{-6}},$$

откуда

$$\Delta l = -0{,}15 - 0{,}025 + 0{,}025 = -0{,}15 \text{ мм}.$$



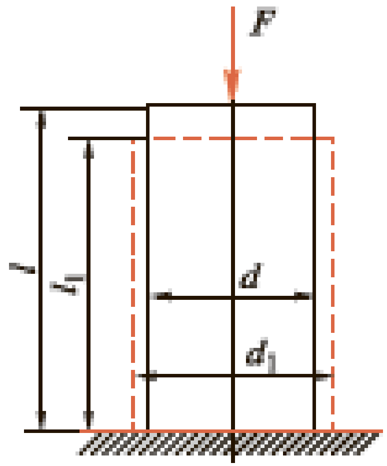
Впервые зависимость между относительной поперечной ε и относительной продольной ε′ деформациями была установлена французским ученым С. Пуассоном (1781— 1840). Эта зависимость имеет следующий вид:

$$|\varepsilon'| = \nu\,|\varepsilon|,$$

где ν — коэффициент поперечной деформации, называемый *коэффициентом Пуассона.*

Нетрудно понять, что ν — величина безразмерная.

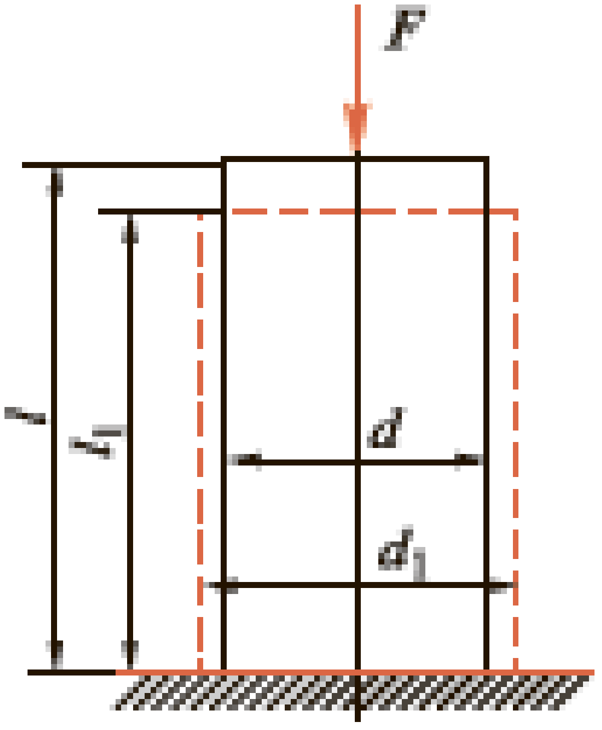
Коэффициент Пуассона, как и модуль упругости первого рода, зависит только от материала и характеризует его упругие свойства. При растяжении и сжатии коэффициент Пуассона полагают одинаковым.



Приведем значения ν для некоторых материалов:

Пробка	0,00	Латунь	0,32...0,42
Чугун	0,23...0,27	Свинец	0,42
Сталь	0,24...0,30	Каучук	0,47
Медь	0,31...0,34	Парафин	0,5

Стальной цилиндр длиной l = 100 мм и диаметром d = 40 мм при сжатии укорачивается до размера l_1 = 99,9 мм , а диаметр его увеличивается до размера d_1 = 40,01 мм. Найти коэффициент Пуассона ν.



Р е ш е н и е. Определим относительную продольную и поперечную деформации $|\varepsilon|$ и $|\varepsilon'|$, если $\Delta l = l - l_1 = 0{,}1$ мм, а $\Delta d = d_1 - d = 0{,}01$ мм, тогда

$$\frac{\Delta l}{l} = |\varepsilon|; \quad \frac{\Delta d}{d} = |\varepsilon'|.$$

Отсюда коэффициент Пуассона

$$\nu = \left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right| = \frac{l\Delta d}{d\Delta l}.$$

Подставляя числовые значения, получим

$$\nu = \frac{100 \cdot 0{,}01}{40 \cdot 0{,}1} = 0{,}25.$$