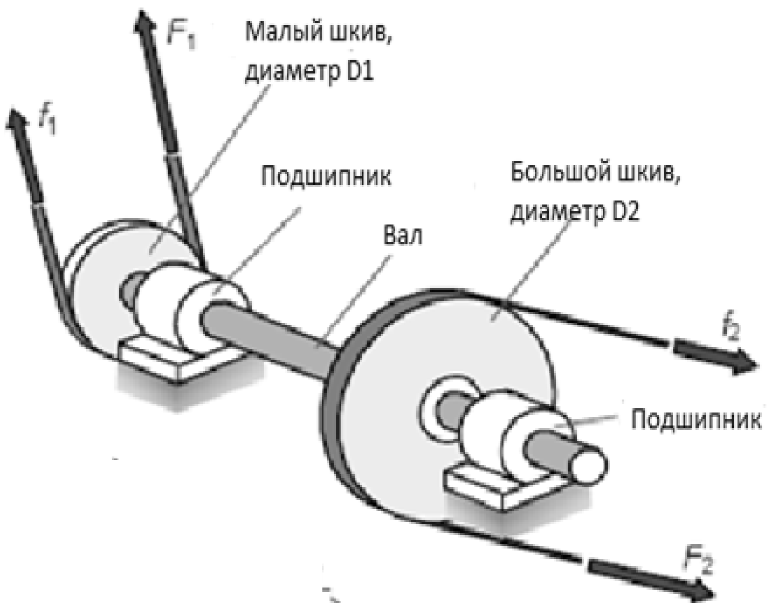
КРУЧЕНИЕ

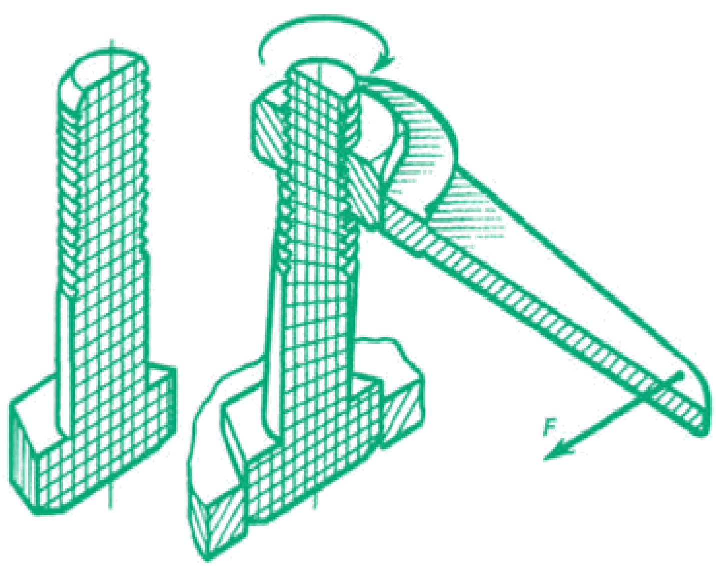
Кручением называется такой вид деформации, при котором в любом поперечном сечении бруса возникает только *крутящий момент*.

Деформации кручения возникают, если к прямому брусу в плоскостях, перпендикулярных оси, приложить пары сил.

Моменты этих пар будем называть *вращающими*, или *скручивающими*.

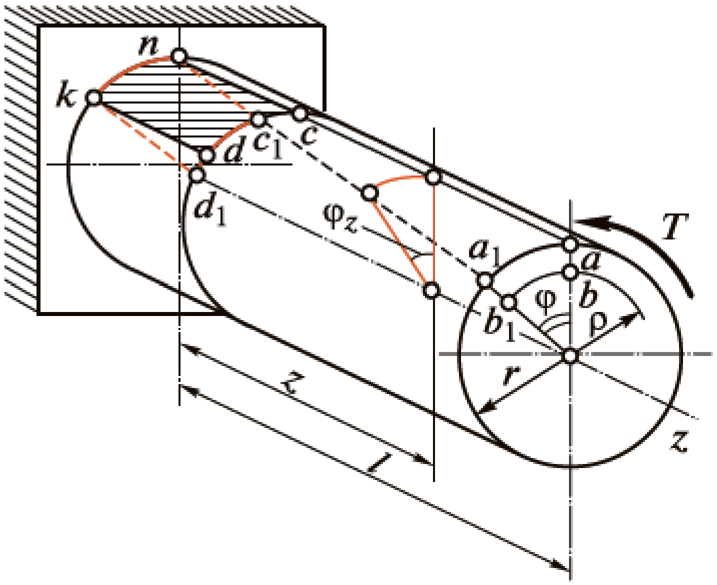
Вращающий момент обозначается *T*.





- на кручение работают валы и оси, на которых размещены шкивы или другие вращающиеся детали, пружины

- деформацию кручения испытывают болты, винты, отвертки



Подвергнем брус деформации кручения. При этом:

1) ось цилиндра, называемая *осью кручения*, останется прямолинейной;

2) диаметры окружностей, нанесенных на поверхности цилиндра до деформации, при деформации останутся такими же, и расстояние между окружностями не изменится;

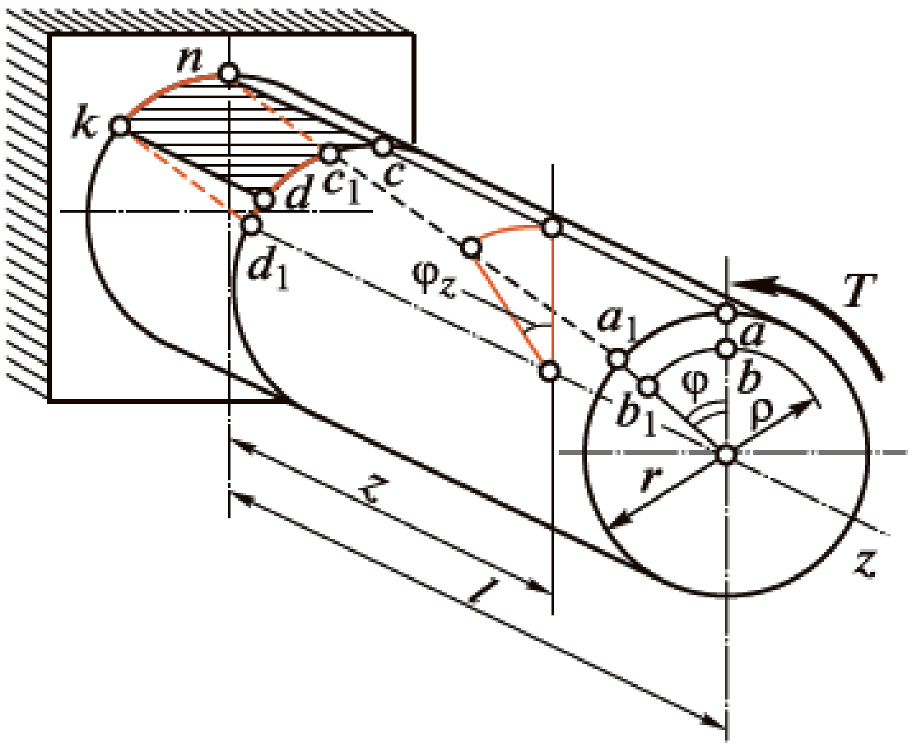
3) образующие цилиндра обратятся в винтовые линии.

Из этого можно заключить, что при кручении круглого цилиндра справедлива гипотеза плоских сечений, а также предположить, что радиусы окружностей остаются при деформации прямыми.

Угол φ поворота концевого сечения называется ***полным углом закручивания цилиндра***.

Относительным углом закручивания φ_o называется отношение угла закручивания φ_z к расстоянию z от данного сечения до заделки.

Если брус длиной l имеет постоянное сечение и нагружен скручивающим моментом на конце (т. е. состоит из одного участка), то



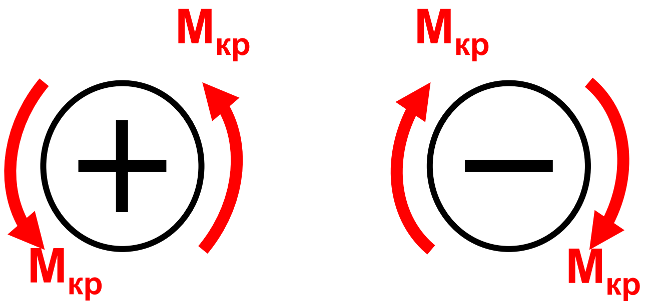
$$\varphi_o = \frac{\varphi_z}{z} = \frac{\varphi}{l} = \mathrm{const}$$

При кручении также возникает деформация сдвига, но не за счет поступательного, а в результате вращательного движения одного поперечного сечения относительно другого. Следовательно, при кручении в поперечных сечениях возникают только *касательные внутренние силы*, образующие крутящий момент.

Крутящий момент есть результирующий момент относительно оси бруса внутренних касательных сил, действующих в поперечном сечении.

Для наглядного изображения распределения крутящих моментов вдоль оси бруса строят ***эпюры крутящих моментов***.

Крутящий момент в любом поперечном сечении численно равен алгебраической сумме внешних моментов, приложенных к брусу справа или слева от сечения.



Крутящий момент полагаем *положительным*, если при взгляде со стороны сечения результирующий момент внешних пар, приложенных к рассматриваемой части бруса, будет направлен против часовой стрелки, и наоборот.

Выведем формулу для определения напряжений:

$$\tau_\rho = G\varphi_o\rho = \frac{GM_к\rho}{GI_p} = \frac{M_к\rho}{I_p}.$$

При $\rho = r$ напряжения достигнут максимального значения:

$$\tau_{max} = \frac{M_к r}{I_p} = \frac{M_к}{I_p/r} = \frac{M_к}{W_p},$$

где $W_p = I_p/r$ — момент сопротивления сечения кручению (или полярный момент сопротивления).

Момент сопротивления сечения кручению равен отношению полярного момента инерции к радиусу сечения.

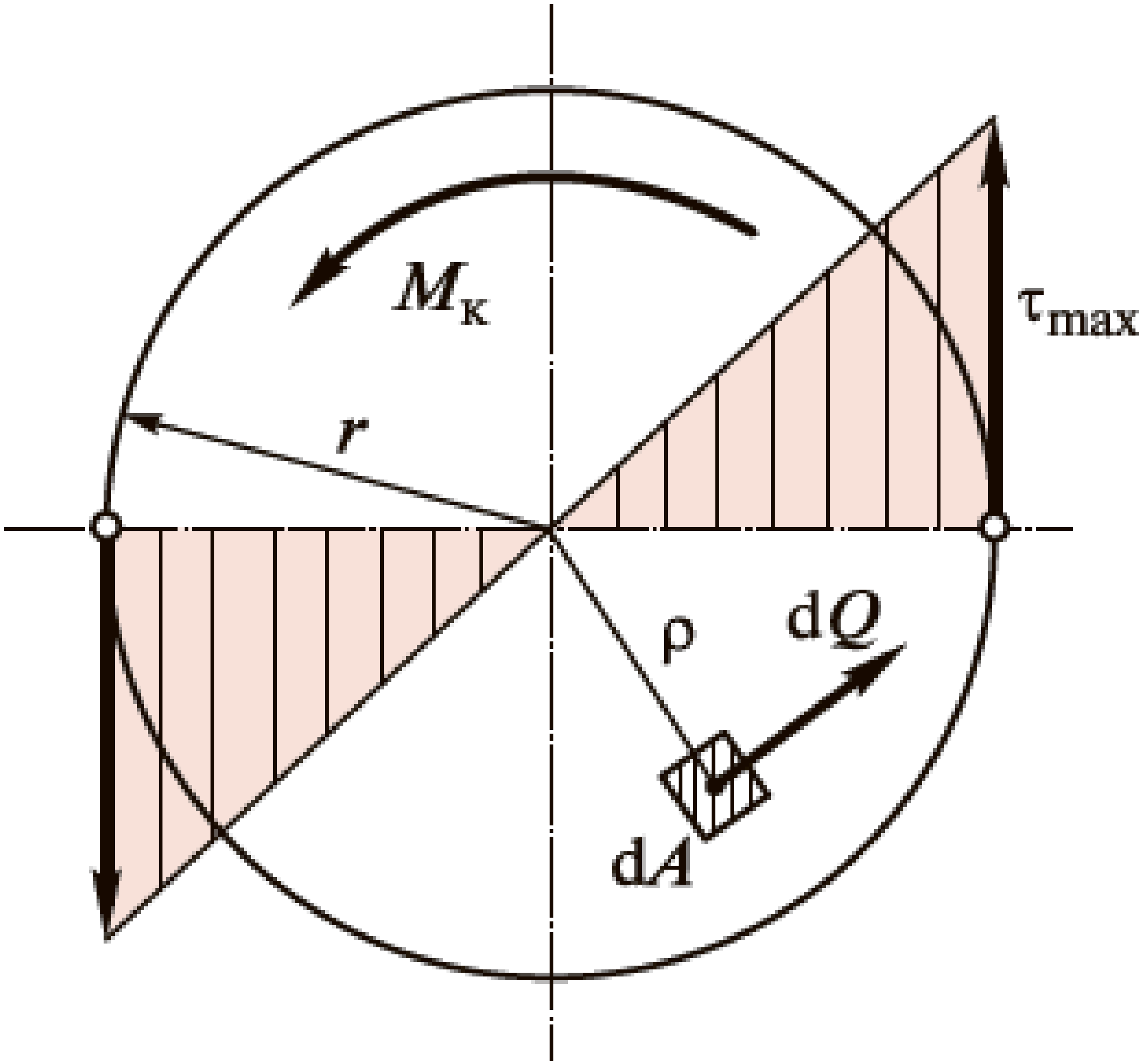
Размерность момента сопротивления кручению

$$[W_p] = \frac{[I_p]}{[r]} = м^3.$$

Итак, напряжения и деформации при кручении круглого цилиндра определяют по формулам

$$\tau_{max} = \frac{M_к}{W_p}; \quad \varphi = \frac{M_к l}{GI_p}.$$

Эпюра распределения напряжений вдоль радиуса сечения имеет вид треугольника.



Относительный угол закручивания

$$\varphi_о = \frac{M_к}{GI_p}.$$

Полный угол закручивания φ, рад, цилиндра длиной l:

$$\varphi = \frac{M_к l}{GI_p}.$$

Произведение GI_p называется *жесткостью сечения при кручении*.

Для цилиндрического бруса, имеющего несколько участков, отличающихся материалом, размерами поперечного сечения, значением крутящего момента, полный угол закручивания равен алгебраической сумме углов закручивания отдельных участков:

$$\varphi = \sum \varphi_i.$$

Момент сопротивления кручению для круглого и кольцевого сечений

1. Круг диаметром d:

$$W_p = \frac{I_p}{0{,}5d} = \frac{\pi d^4}{32 \cdot 0{,}5d} = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0{,}2d^3.$$

2. Кольцо размером $D \times d$:

$$W_p = \frac{I_p}{0{,}5D} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32 \cdot 0{,}5D} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16D} \approx 0{,}2\frac{D^4 - d^4}{D}.$$

Отметим, что если полярный момент инерции кольцевого сечения можно определить как разность моментов инерции большого и малого кругов, то момент сопротивления кручению *нельзя определять* как разность моментов сопротивлений этих кругов.